

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА ІМЕНІ О.М. БЕКЕТОВА

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ
з курсу

“ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА”

Частина 1

(для студентів 1 курсу денної і заочної форм навчання за
напрямами підготовки бакалаврів 6.050701 “Електротехніка та
електротехнології”, 6.050702 “Електромеханіка”)

Конспект лекцій з курсу "Загальна фізика". Частина 1.
(для студентів 1 курсу денної і заочної форм навчання за
напрямами підготовки бакалаврів 6.050701 "Електротехніка та
електротехнології", 6.050702 "Електромеханіка") /
О. М. Петченко, А. С. Сисоєв, Є. І. Назаренко, Є. С. Орел;
Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; – Харків :
ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2015 – 150 с.

Автори: О. М. Петченко, А. С. Сисоєв, Є. І. Назаренко,
Є. С. Орел

Рецензент: доцент, канд. фіз.-мат. наук, Безуглий А.В.

Рекомендовано кафедрою фізики, протокол № 4
від 27 грудня 2012 р.

© Петченко О. М., Сисоєв А. С.,
Назаренко Є. І., Орел Є. С., 2015
©ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2015

Зміст

Розділ 1. Фізичні основи механіки. Введення.....	7
<i>Глава 1. Механіка матеріальної точки.....</i>	<i>8</i>
Тема 1. Кінематика матеріальної точки.....	8
1. Швидкість.....	8
2. Розрахунок пройденого шляху.....	10
3. Прискорення.....	12
4. Прискорення при криволінійному русі.....	15
Тема 2. Динаміка матеріальної точки.....	16
1. Класична механіка. Закон Ньютона.....	16
2. Принцип відносності Галілея.....	17
3. Імпульс матеріальної точки.....	19
4. Центр інерції системи (центр мас).....	20
5. Закон збереження імпульсу.....	20
Тема 3. Робота і енергія.....	22
1. Механічна робота.....	22
2. Потужність.....	25
3. Потенціальне поле сил. Сили консервативні і неконсервативні.....	26
4. Енергія.....	29
5. Повна механічна енергія системи сил.....	31
6. Закон збереження повної механічної енергії.....	32
7. Зв'язок між потенціальною енергією і силою.....	33
8. Умова рівноваги механічної системи.....	34
<i>Глава 2. Механіка твердого тіла.....</i>	<i>36</i>
Тема 1. Кінематика обертального руху.....	36
1. Кутова швидкість. Кутове прискорення.....	36
2. Зв'язок між лінійними і кутовими величинами.....	39
Тема 2. Динаміка обертального руху.....	40
1. Моменти сил.....	40
2. Основне рівняння динаміки обертального руху.....	41

3. Момент інерції твердого тіла.....	43
4. Момент імпульсу матеріальної точки.....	46
5. Закон збереження повного моменту імпульсу.....	47
6. Момент імпульсу твердого тіла.....	48
7. Кінетична енергія твердого тіла.....	49
8. Робота при обертанні твердого тіла.....	50
9. Рівняння руху тіла.....	51
10. Умови рівноваги твердого тіла.....	52
Розділ 2. Молекулярна фізика і термодинаміка.....	54
<i>Глава 1. Газовий стан.....</i>	<i>54</i>
Тема 1. Основні положення.....	54
1. Цілі і задачі молекулярної фізики і термодинаміки.....	54
2. Стани і процеси.....	54
3. Внутрішня енергія системи.....	56
4. Перший закон термодинаміки.....	56
5. Робота системи при зміні об'єму.....	57
Тема 2. Елементарна кінетична теорія газів.....	59
1. Рівняння кінетичної теорії газів для тиску.....	58
2. Рівнорозподіл енергії за ступенями свободи молекул.....	61
3. Внутрішня енергія і теплоємність ідеального газу.....	62
4. Рівняння адіабати ідеального газу.....	64
Тема 3. Статистика газів.....	66
1. Розподіл молекул по швидкостям (розподіл Максвелла).....	66
2. Барометрична формула.....	68
3. Розподіл молекул по потенціальним енергіям (розподіл Больцмана).....	69
4. Середня довжина вільного пробігу молекул.....	70
Тема 4. Явища переносу.....	72
1. Явище внутрішнього тертя.....	72
2. Теплопровідність газів.....	75
3. Дифузія у газах.....	76

Тема 5. Реальні гази.....	78
1. Рівняння Ван-дер-Ваальса (ВДВ).....	78
2. Внутрішня енергія реального газу.....	80
3. Ізотерми Ван-дер-Ваальса.....	81
4. Дослідні ізотерми.....	82
<i>Глава 2. Твердий стан.....</i>	<i>84</i>
Тема 1. Кристали.....	84
1. Відмінні риси кристалевого стану.....	84
2. Фізичні типи кристалів.....	86
3. Тепловий рух у кристалах.....	89
<i>Глава 3. Рідинний стан.....</i>	<i>90</i>
Тема 1. Молекулярно-кінетична теорія рідин.....	90
1. Будова рідин.....	90
2. Поверхневий натяг.....	91
3. Тиск під викривленою поверхнею рідини	93
4. Явища на межі рідини і твердого тіла.....	95
5. Капілярні явища.....	97
<i>Глава 4. Термодинаміка.....</i>	<i>98</i>
Тема 1. Закони термодинаміки.....	98
1. Оборотні процеси.....	98
2. ККД тепловою машини.....	100
3. Другій закон термодинаміки.....	101
4. Цикл Карно і його ККД.....	101
Тема 2. Ентропія і її властивості.....	103
1. Нерівність Клаузіуса.....	103
2. Ентропія.....	106
3. Властивості ентропії.....	109
4. Вільна і зв'язана енергія системи.....	112
Розділ 3. Електростатика.....	114
Тема 1. Електричне поле у вакуумі.....	114
1. Заряди. Закон Кулона.....	114

2. Електричне поле. Напруженість.....	115
3. Потенціал електричного поля.....	117
4. Енергія взаємодії системи зарядів.....	118
5. Зв'язок між напруженістю і потенціалом.....	120
6. Еквіпотенціальні поверхні.....	121
7. Потік вектора напруженості.....	122
8. Теорема Гауса.....	123
9. Приклади застосування теореми Гауса.....	124
Тема 2. Електричні поля в діелектриках.....	132
1. Полярні і неполярні діелектрики.....	132
2. Поляризація діелектриків.....	134
3. Зв'язані заряди.....	136
4. Опис поля у діелектриках.....	138
5. Умови для електричного поля на межі розподілу двох діелектриків.....	140
Тема 3. Провідники у зовнішньому електричному полі....	142
1. Рівновага зарядів на провіднику. Розподіл зарядів по провіднику.....	142
2. Провідник у зовнішньому електричному полі.....	144
3. Електроємність провідників.....	144
4. Конденсатори.....	146
5. Енергія електричного поля.....	148

РОЗДІЛ 1

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ.

ВВЕДЕННЯ

Механіка – це вчення про найпростіші форми руху матерії, які уявляють собою переміщення одних тіл відносно інших.

Для вивчення механічного руху потрібно мати систему відліку. Система відліку – це тіло, яке умовно приймається за нерухоме і відносно якого розглядається переміщення інших тіл, і пов'язані з цим тілом система координат і годинник (рис. 1).

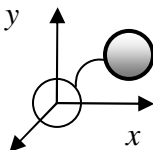


Рис. 1.

Фундаментальними поняттями механіки є поняття матеріальної точки і абсолютно твердого тіла.

Матеріальна точка – це будь-яке тіло, розмірами якого можливо знехтувати порівняно з іншими розмірами задачі.

Абсолютно тверде тіло – це будь-яке тіло, деформаціями якого можна знехтувати порівняно з розмірами тіла.

Механіка вивчає два види рухів – поступальний та обертальний в силу наявності основного принципу механіки : будь-який механічний рух можливо розкласти на два види рухів – поступальний і обертальний.

Поступальний рух – це рух при якому пряма, що з'єднує будь-які дві точки тіла, залишається паралельною сама собі.

Обертальний рух – при цьому всі точки тіла рухаються по колам, а центри цих тіл лежать на прямій, яка називається віссю обертання.

Механіка поділяється на три розділи :

1. Кінематика – вивчає рух, без врахування сил, що діють на тіло.
2. Динаміка – вивчає рух з врахуванням сил, які діють на тіло.
3. Статика – вивчає рівновагу тіл під дією прикладених сил.

ГЛАВА 1
МЕХАНІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ
ТЕМА 1. КІНЕМАТИКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

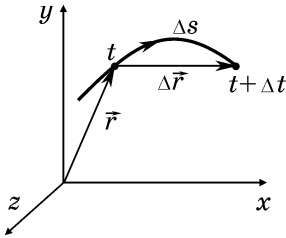


Рис. 1

1. Швидкість

Кінематичні величини:

$S_{1,2}$ - шлях переміщення,

$t_{1,2}$ - час переміщення,

$r_{1,2}$ - вектор переміщення.

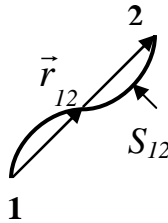


Рис. 2

Положення матеріальної точки можливо задати за допомогою радіуса-вектора \vec{r} , який проведено з початку координат у дану точку (рис. 1). Проекції радіуса-вектора на координатні осі $r_x = x$, $r_y = y$, $r_z = z$.

Маленькі зміни будь якої величини будемо називати елементарними

Δt – елементарний час переміщення,

Δs - елементарний шлях,

$\Delta \vec{r}$ –елементарне переміщення.

Величина

$$\vec{v}_{cep} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (1)$$

називається середньою швидкістю за час Δt .

Якщо ми візьмемо границю (\lim) від (1), то отримаємо миттєву швидкість

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (2)$$

У формулі (2) чисельник і знаменник устремлюються до нуля, а їх відношення є кінцевою величиною і називається похідною, в даному випадку похідною від вектора переміщення за часом і позначається

$$\vec{v}_{\text{cep}} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (3)$$

Проекції вектора миттєвої швидкості на осі координат

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

Модуль вектора миттєвої швидкості

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}.$$

Під знаком границь:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} |\Delta \vec{r}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} |\Delta s|,$$

так як під знаком границі різниця між хордою $|\Delta \vec{r}|$ і дугою Δs зникає (див. рис. 3)

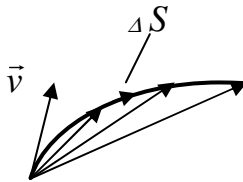


Рис. 3

В результаті

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}. \quad (4)$$

Тобто модуль миттєвої швидкості – це перша похідна від шляху за часом.

Вектор миттєвої швидкості в кожній точці траєкторії направлений по дотичній до траєкторії.

2. Розрахунок пройденого шляху.

З формули (4) швидкість v можливо приблизно визначити за формулою

$$v \approx \frac{\Delta s}{\Delta t}. \quad (1)$$

Ця формула тим точніша, чим менший проміжок часу Δt , і переходить у строгу рівність у граничному переході при $\Delta t \rightarrow 0$.

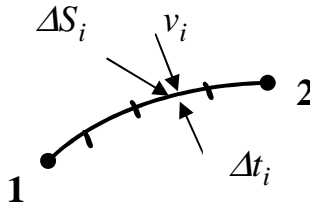


Рис. 4

Розіб'ємо весь шлях на елементарні ділянки шляху Δs_i (i – поточний номер ділянки) такі малі, що швидкість на кожній ділянці можливо вважати сталою величиною v_i .

Весь шлях

$$s_{12} = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \dots + \Delta s_N = \sum_{i=1}^N \Delta s_i. \quad (2)$$

З формули (1)

$$\Delta s_i \approx v_i \Delta t_i.$$

Тоді,

$$s_{12} \approx \sum_{(i)} v_i \Delta t_i. \quad (3)$$

Під знаком границі при $\Delta t_i \rightarrow 0$ у формулі (3) знак приблизної рівності можливо замінити на знак строгої рівності

$$s = \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum_i v_i \Delta t_i. \quad (4)$$

У формулі (4) йде підсумовування нескінченно малих величин. Ця дія називається інтегруванням і позначається

$$s_{12} = \int_{t_1}^{t_2} v dt. \quad (5)$$

Тобто, щоб підрахувати пройдений шлях, потрібно швидкість проінтегрувати по часу від початкової миті часу t_1 до кінцевої t_2 .

На координатній площині (v, t)

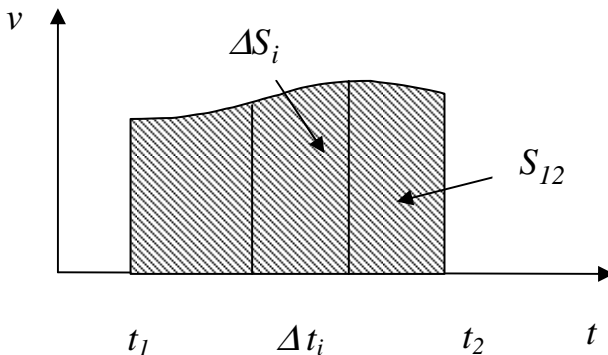


Рис. 5

пройдений шлях від t_1 до t_2 дорівнює площі криволінійної трапеції, яка зверху обмежена графіком залежності $v(t)$ (див. рис. 5).

3. Прискорення

Нехай $\Delta\vec{v}$ - приріст швидкості за проміжок часу Δt (рис. 6)

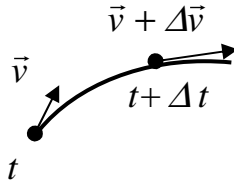


Рис. 6

Середнє прискорення визначається формулою

$$\vec{a}_{\text{сер}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \quad (1)$$

Миттєве прискорення

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (2)$$

Якщо відомі прискорення \vec{a} і початкова швидкість \vec{v}_0 , то можливо визначити швидкість у будь яку мить часу. З формули (2)

$$\vec{a} \approx \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \quad (3)$$

Формула (3) тим точніше, чим менше Δt .

Розіб'ємо весь час переміщення на елементарні проміжки Δt_i , такі малі, що прискорення на кожному проміжку можливо вважати сталою величиною \vec{a}_i (рис. 7).

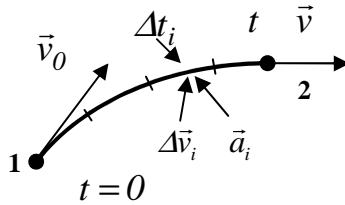


Рис. 7

Тоді з формули (3) приріст швидкості на окремому проміжку часу Δt_i

$$\Delta \vec{v}_i \approx \vec{a}_i \Delta t_i, \quad (4)$$

а приріст швидкості за весь час t

$$\vec{v} - \vec{v}_0 = \sum \Delta \vec{v}_i.$$

З врахуванням (4) маємо

$$\vec{v} - \vec{v}_0 \sim \sum_{(i)} \vec{a}_i \Delta t_i. \quad (5)$$

Переходячи під знаком границі при $\Delta t_i \rightarrow 0$ від приблизної рівності до строгої, отримуємо

$$\vec{v} - \vec{v}_0 = \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum \vec{a}_i \Delta t_i = \int_0^t \vec{a} dt$$

и остаточно

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a} dt. \quad (6)$$

Таблиця кінематичних формул

1. $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, v = \frac{ds}{dt}$	3. $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$
2. $s = \int_0^t v dt$	4. $\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a} dt$

Ці формули було отримано Ньютоном, для чого йому знадобилося ввести поняття нескінченно малих величин і дії з ними – диференціювання, інтегрування.

Покажемо, що формули для рівно змінного руху, які добре відомі з фізики школи, у неявному вигляді містяться у цих загальних формулах.

Рівно змінний рух – це рух, при якому $\vec{a} = const$. Він поєднує в собі три види рухів. Якщо проекція вектора \vec{a} на вектор \vec{v} $a > 0$, то це рівноприскорений, якщо $a < 0$, – рівносповільнений, якщо $a = 0$ - рівномірний.

Знайдемо швидкість

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \int_0^t dt = (\vec{v}_0 + \vec{a}t) \Big|_0^t = \vec{v}_0 + \vec{a}t,$$

у скалярному вигляді

$$v = v_0 \pm at.$$

Знайдемо пройдений шлях

$$s = \int_0^t v dt = \int_0^t (v_0 \pm at) dt = v_0 \int_0^t dt \pm a \int_0^t t dt =$$

$$= \left(v_0 t \pm \frac{at^2}{2} \right) \Big|_0^t = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}.$$

В результаті з загальних формул ми отримуємо добре відомі часткові формули рівно змінного руху.

4. Прискорення при криволінійному русі

У формулі для прискорення

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1)$$

потрібно диференціювати вектор швидкості.

Процедура диференціювання вектора - це задача значно складніша порівняно з диференціюванням скалярної величини. З метою уникнути цієї складності розкладемо вектор прискорення \vec{a} на дві складові. Для цього введемо два напрями: тангенціальний - вздовж дотичної (будемо назначати його одиничним вектором $\vec{\tau}$), і нормальний по перпендикуляру до дотичної (будемо назначати його одиничним вектором \vec{n}), а відповідні складові прискорення \vec{a}_τ і \vec{a}_n (рис. 8).

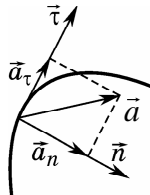


Рис. 8

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \quad (2)$$

де \vec{a}_τ - тангенціальне прискорення, \vec{a}_n - нормальне прискорення.

Повне прискорення \vec{a} визначає зміну швидкості в одиницю часу за величиною і за напрямком. Якщо так і тільки так, як це зроблено вище, розкласти прискорення на дві складові, то ці два параметри (величина і напрямок) розділяються. Тангенціальне прискорення визначає зміну швидкості у одиницю

часу за величиною, а нормальне – за напрямком, і ці складові визначаються формулами

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt}, \quad (3)$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad (4),$$

де R – радіус кривини траєкторії, який завжди лежить на нормальному напрямку.

Звертаємо увагу, що у формулі (1) диференціюється вектор, а в (3) – модуль вектора швидкості.

Знайшовши за формулами (3), (4) складові \vec{a}_{τ} і \vec{a}_n знаходимо і прискорення

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2}$$

і його напрям у просторі $\cos \alpha = \frac{a_{\tau}}{a_n}$.

ТЕМА 2. ДИНАМІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

1. Класична механіка. Закон Ньютона

Класична механіка – це механіка, яка базується на 3-х законах Ньютона і принципі відносності Галілея. Класична механіка – це механіка великих тіл, що рухаються з малими швидкостями

$$m_{\text{тіл}} \gg m_{\text{атоми}},$$

$$v_{\text{тіла}} \ll c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

1-й закон Ньютона (закон інерції). Будь-яке тіло знаходиться у стані спокою або рівномірного прямолінійного руху доти, доки дія з боку інших тіл не змусить його змінити цей стан (у обох станах прискорення дорівнює нулю).

Системи відліку, в яких виконується 1-й закон, називаються інерціальними. Їх у природі нескінченна кількість. Будь-яка система, що рухається відносно інерціальної рівномірно і прямолінійно, також є інерціальною.

2-й закон Ньютона (основний закон динаміки). Прискорення тіла прямо пропорційне сумі всіх сил, що діють на тіло, і обернено пропорційне масі тіла:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}.$$

Сила – міра взаємодії між тілами, (Н).

Маса – міра інертності тіла, (кг).

3-й закон Ньютона (закон рівно дії).

Будь-яка дія тіл одне на одне носить характер взаємодії.

Сили взаємодії між тілами завжди дорівнюють з величиною і протилежні за напрямком (рис. 9):

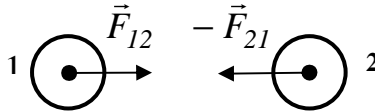


Рис. 9

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

2. Принцип відносності Галілея

Розглянемо дві системи відліку, одна нерухома (не штрихована), а друга рухається відносно нерухомої з сталою швидкістю \vec{V}_0 , тобто рівномірно і прямолінійно (штрихована система) (рис. 10).

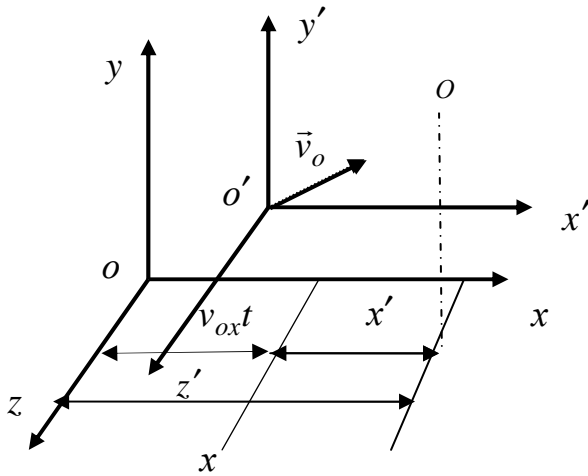


Рис. 10

При $t = 0$ центри систем O і O' співпадають. Тоді з рис.

$$\begin{cases} x = x' + v_{ox}t \\ y = y' + v_{oy}t, \\ z = z' + v_{oz}t \end{cases} \quad (1)$$

Формули (1) – це координатні перетворення Галілея. Вони дозволяють, знаючи координати в одній системі, визначити координати в іншій.

Продиференціюємо (1) за часом. В результаті отримаємо перетворення Галілея для швидкостей

$$\begin{cases} v_x = v'_x + v_{ox} \\ v_y = v'_y + v_{oy}, \\ v_z = v'_z + v_{oz} \end{cases} \quad (2)$$

або у векторному вигляді

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_o. \quad (3)$$

Продиференціюємо формулу (3) за часом.. В результаті

$$\vec{a} = \vec{a}'. \quad (4)$$

Тобто прискорення будь-якого тіла у всіх системах відліку, що рухаються одне відносно одної рівномірно і прямолінійно, однакове.

Тому, якщо одна з систем інерціальна (у відсутності сил $\vec{a} = 0$), то і решта систем також будуть інерціальними.

З формули (4)

$$m\vec{a} = m\vec{a}',$$

тобто основний закон динаміки не змінюється при переході з однієї інерціальної в системи в іншу.

Рівняння 2-го закону Ньютона позавідносні (інваріантні) по відношенню до інерціальних систем відліку. Це і є принцип відносності Галілея.

3. Імпульс матеріальної точки

Рівнянню 2-го закону Ньютона можливо надати інший вигляд

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}).$$

Величина $p = m\vec{v}$ - імпульс. Тоді

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

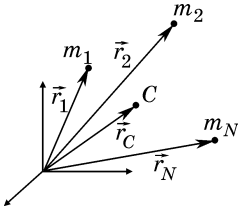
Імпульс системи матеріальних точок

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N$$

- це векторна сума імпульсів всіх матеріальних точок, що входять у систему.

4. Центр інерції системи (центр мас).

Центр інерції системи – це точка С, положення якої визначається радіусом – вектором \vec{r}_c



$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}.$$

У проєкціях (рис. 11)

$$x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_N x_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N},$$

$$y_c = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_N y_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N},$$

$$z_c = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \dots + m_N z_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}.$$

Маса системи $m = m_1 + m_2 + \dots + m_N$.

Швидкість центра інерції

$$\begin{aligned} \vec{v}_c &= \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m} \left[m_1 \frac{d\vec{r}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{r}_2}{dt} + \dots + m_N \frac{d\vec{r}_N}{dt} \right] = \\ &= \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_N \vec{v}_N}{m} = \frac{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N}{m} = \frac{\vec{P}_{сист}}{m} \end{aligned}$$

Відкіля

$$\vec{P}_{сист} = m \vec{v}_c.$$

Імпульс системи дорівнює добутку маси системи на швидкість її центра інерції.

5. Закон збереження імпульсу

Розглянемо систему, яка складається з 3-х тіл (рис. 12).

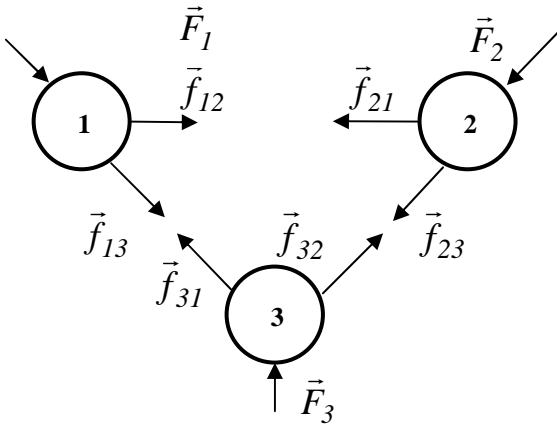


Рис. 12

Будемо позначати \vec{F} - зовнішні сили, f - внутрішні сили системи.

а

$$\vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}, \vec{f}_{13} = -\vec{f}_{31}, \vec{f}_{23} = -\vec{f}_{32}.$$

Запишемо 2-й закон Ньютона для кожного тіла

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{f}_{12} + \vec{f}_{13} + \vec{F}_1,$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{f}_{21} + \vec{f}_{23} + \vec{F}_2,$$

$$\frac{d\vec{p}_3}{dt} = \vec{f}_{31} + \vec{f}_{32} + \vec{F}_3.$$

Додамо всі три рівняння. В результаті отримуємо

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3) = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3,$$

Звідки

$$\frac{d\vec{P}_{сист}}{dt} = \vec{F}_{сист}$$

де $\vec{F}_{сист}$ - результуюча усіх зовнішніх сил, що діють на систему.

Якщо $\vec{F}_i = 0$ (зовнішні сили відсутні), то система називається замкнутою. Тоді

$$\frac{d\vec{P}_{сист}}{dt} = 0, \quad \vec{P}_{сист} = const.$$

Імпульс замкнутої системи матеріальних точок у часі не змінюється – це і є закон збереження імпульсу.

Для замкнутої системи $\vec{P}_{сист} = m\vec{v}_c = const$, звідки

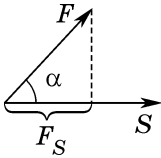
$$\frac{d\vec{P}_{сист}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}_c) = m\vec{a}_c = 0; \quad \vec{a}_c = 0.$$

У замкнутій системі центр інерції системи тіл або рухається рівномірно і прямолінійно, або покоїться.

ТЕМА 3. Робота і енергія

1. Механічна робота

Дія сили F на ділянці шляху S характеризується величиною, що називається роботою.



$$A = F_s s \cos \alpha \quad , \quad (1)$$

Формулі (1) можливо надати вигляд

$$A = F_s s \quad , \quad (2)$$

де $F_s = F \cos \alpha$ – проекція сили на напрям переміщення.

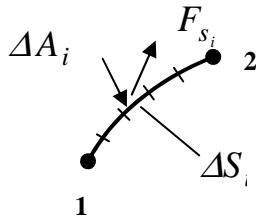


Рис. 13

Формулою (2) можливо користуватися, коли $F_s = const$.

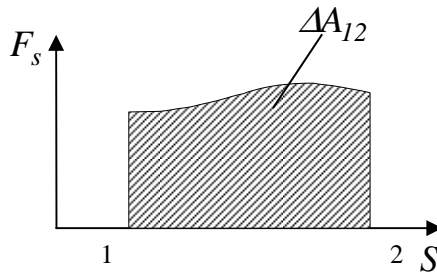
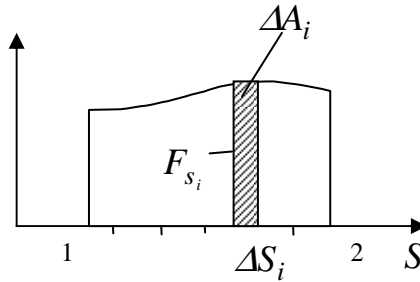


Рис. 14

Якщо $F_s \neq const$, то для розрахунку роботи потрібно весь шлях розбити на елементарні ділянки Δs_i , настільки маленькі, що на кожній ділянці $F_{si} = const$ (рис. 14) і для ділянки скористатися формулою (2)

$$\Delta A_i \approx F_{si} \Delta s_i, \quad (3)$$

Вираз (3) тим точніший, чим менша ділянка Δs_i

Вся робота

$$A = \sum_i \Delta A_i \approx \sum_i F_{si} \Delta s_i, \quad (4)$$

В (4) строгий знак рівності можливий тільки під знаком границі (*lim*) при $\Delta s_i \rightarrow 0$.

$$A_{12} = \lim_{\Delta s_i \rightarrow 0} \sum F_{si} \Delta s_i, \quad (5)$$

а це інтеграл

$$A_{12} = \int_1^2 F_s ds, \quad (6)$$

Зобразимо зроблену процедуру на координатній площині (F_s, s).

На координатній площині (F_s, s) робота чисельно дорівнює площі криволінійної трапеції (рис 15).

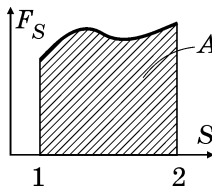


Рис. 15

Приклад. Визначимо роботу сили пружності (рис. 16),

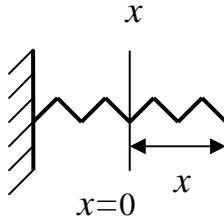


Рис. 16

$$F_s = F_x = -kx, \quad ds = dx,$$

де x – деформація, k - коефіцієнт пружності пружини

$$A_{12} = - \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}.$$

2. Потужність

Це фізична величина, що характеризує роботу за одиницю часу. Якщо за час Δt виконується робота ΔA , то

$$N_{\text{сер}} = \frac{\Delta A}{\Delta t}, \quad (1)$$

- середня потужність.

Миттєва потужність

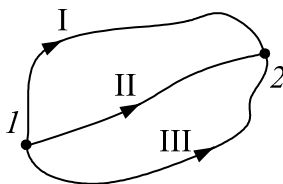
$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}, \quad (2)$$

т. я. $dA = \vec{F} d\vec{s}$, то $N = \vec{F} \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \vec{v}$

В системі СІ одиниці вимірювання $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$, позасистемна одиниця $1 \text{ к.с.} = 736 \text{ Вт} = 0,736 \text{ кВт}$.

3. Потенціальне поле сил. Сили консервативні і неконсервативні

Поле сил, робота яких не залежить від шляху, а визначається тільки початковим і кінцевим положенням тіла, називається потенціальним, а сили, що діють у цьому полі - консервативними силами.



$$A_{12}^{(I)} = A_{12}^{(II)} = A_{12}^{(III)}.$$

Основна властивість потенціального поля сил: робота консервативних сил по замкнутому шляху дорівнює нулю

$$A = 0. \quad (1)$$

Розіб'ємо весь шлях на дві частини,

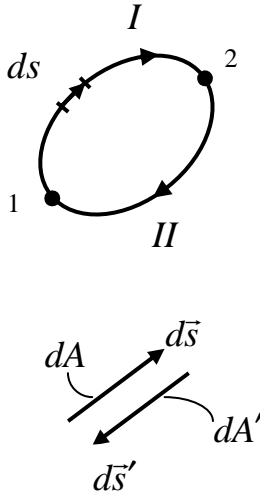


Рис. 17

$$A = A_{12}^{(I)} + A_{12}^{(II)}, \quad (2)$$

$$dA = \vec{F}d\vec{s}, \quad dA' = Fd\vec{s}',$$

т. я. $d\vec{s}' = -d\vec{s}$,

т. о.

$$dA' = -dA$$

тобто, якщо змінити напрямок руху, то робота змінює знак. Тому

$$A_{21}^{(II)} = -A_{12}^{(II)}, \quad A = A_{12}^{(I)} - A_{12}^{(II)} = 0,$$

т. я.

$$A_{21}^{(I)} = -A_{12}^{(I)}.$$

Приклади.

1. Поле сил тертя

Робота сил тертя

$$dA_{mp} = \vec{F}_{mp}d\vec{s} = \vec{F}_{mp}\vec{v}dt = -F_{mp}vdt < 0,$$

тобто робота сил тертя завжди від'ємна. Тому робота по замкнутому шляху $A < 0$ і сили тертя – неконсервативні сили.

2. Поле сил тяжіння

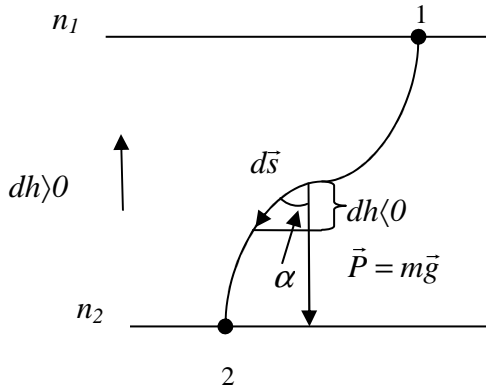


Рис. 18

На переміщенні $d\vec{s}$ зміна висоти $dh < 0$ (т. е. переміщення униз)

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{P} d\vec{s} = \int_1^2 P ds \cos \alpha,$$

$$ds \cos \alpha = -dh,$$

$$A_{12} = -mg \int_{h_1}^{h_2} dh = mg \int_{h_1}^{h_2} dh,$$

$$A_{12} = mg(h_1 - h_2).$$

Робота не залежить від шляху, визначається тільки початковим і кінцевим положенням тіла. Отже сили тяжіння - консервативні сили.

4. Енергія

Це фізична величина, що характеризує здібність тіла виконувати механічну роботу.

Енергія тіла може бути обумовлена двома причинами:

1. рухом тіла з деякою швидкістю. Відповідна енергія називається кінетичною енергією (енергією руху).
2. знаходженням тіла у потенціальному полі сил. Відповідна енергія – потенціальна енергія. Це енергія взаємодії у потенціальному полі сил. Вона визначається розташуванням тіл у просторі, тому її ще називають енергією положення.

a) Кінетична енергія.



Рис. 19

Робота сили \vec{F} за час dt

$$dA = \vec{F} d\vec{s} = \vec{F} \vec{v} dt. \quad (1)$$

З 2-го закону Ньютона $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\vec{F} dt = m d\vec{v}. \quad (2)$$

Звідки

$$dA = m \vec{v} d\vec{v} = d\left(\frac{mv^2}{2}\right), \quad (3)$$

Робота виконується за рахунок зміни величини, що стоїть у дужках в (3). Отже це величина є енергією і вона має назву кінетичної енергії.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}, \quad (4)$$

З формули (3)

$$dA = dE_k, \quad (5)$$

інтегруючи отримуємо

$$A_{12} = E_{k2} - E_{k1},$$

тобто робота всіх сил, діючих на тіло, іде на приріст його кінетичної енергії.

б) Потенціальна енергія .

Розглянемо тіло, яке знаходиться у потенціальному полі сил.

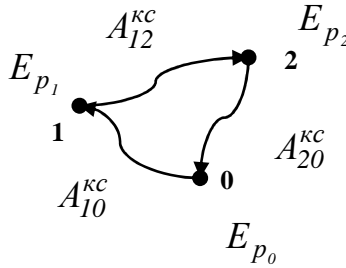


Рис. 20

Зіставимо кожній точці поля значення функції $E_p(\vec{r})$ наступним чином: в точці О E_{p0} - будь-яке значення.

В точках 1 і 2

$$E_{p1} = E_{p0} + A_{10}^{kc}, \quad E_{p2} = E_{p0} + A_{20}^{kc}.$$

Розрахуємо $E_{p1} - E_{p2}$

$$E_{p1} - E_{p2} = (E_{p0} + A_{10}^{kc}) - (E_{p0} + A_{20}^{kc}) = A_{10}^{kc} - A_{20}^{kc}.$$

$$\text{е. } A_{20}^{kc} = -A_{02}^{kc}.$$

Тоді

$$E_{p1} - E_{p2} = A_{10}^{KC} + A_{02}^{KC} = A_{12}^{KC}.$$

Таким чином

$$E_{p1} - E_{p2} = A_{12}^{KC}. \quad (1)$$

З допомогою побудованої функції E_p можливо визначити роботу, яка виконується над тілом силами поля і не залежить від траєкторії. Отже, величина E_p є енергією і називається потенціальною енергією.

Конкретний вигляд E_p залежить від характеру силового поля.

Приклади.

1. Потенціальна енергія в полі сил тяжіння

$$A_{12} = mg(h_1 - h_2),$$

тоді

$$E_p = mgh$$

2. Потенціальна енергія в полі сил пружності

$$A_{12} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2},$$

тоді

$$E_p = \frac{kx^2}{2}.$$

3. Потенціальна енергія точкового заряду в електричному полі

$$E_p = q\varphi.$$

5. Повна механічна енергія системи сил

Кінетична енергія є характеристикою одного тіла, а потенціальна енергія – характеристика всієї системи тіл, т. я. в системі всі тіла взаємодіють між собою.

Повна механічна енергія системи – це сума кінетичних енергій всіх тіл, що входять до системи плюс потенціальна енергія системи як цілого

$$E = \sum_{i=1}^N E_{k_i} + E_p .$$

6. Закон збереження повної механічної енергії

Розглянемо систему з N тіл, між якими діють як консервативні так і неконсервативні сили.

Як ми бачили раніше, кожному взаємному розташуванню тіл (кожній конфігурації системи) можливо приписати певне значення потенціальної енергії і роботу консервативних сил по зміні конфігурації визначати за формулою

$$A_{12}^{KC} = E_{p1} - E_{p2} . \quad (1)$$

Сили, що діють в системі розіб'ємо на зовнішні і внутрішні, а внутрішні – на консервативні і неконсервативні.

Повна робота, яка виконується усіма силами, йде на збільшення (приріст) кінетичної енергії системи

$$A_{12}^{KC} + A_{12}^{HKC} + A_{12}^{30BH} = E_{k2} - E_{k1} . \quad (2)$$

Враховуючи (1), отримуємо

$$(E_{k2} + E_{p2}) - (E_{k1} + E_{p1}) = A_{12}^{HKC} + A_{12}^{30BH} .$$

В дужках стоїть повна енергія системи

$$E_2 - E_1 = A_{12}^{HKC} + A_{12}^{30BH} . \quad (3)$$

Якщо виконуються дві умови:

1. в системі відсутні неконсервативні сили, то $A_{12}^{HKC} = 0$

2. система замкнута (відсутні зовнішні сили), то $A_{12}^{30BH} = 0$ і в такій системі $E_2 - E_1 = 0$. Тобто $E_2 = E_1$. Відкля

$$E = const .$$

У замкнутій системі тіл, в якій відсутні неконсервативні сили, повна механічна енергія системи є сталою величиною (у

часі не змінюється). Це і є закон збереження повної механічної енергії.

7. Зв'язок між потенціальною енергією і силою

Розглянемо переміщення тіл у потенціальному полі сил.

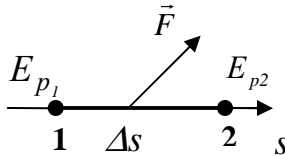


Рис. 21

Робота на переміщенні Δs

$$\Delta A = E_{p1} - E_{p2} = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p, \quad (1)$$

де ΔE_p - приріст потенціальної енергії на переміщенні Δs .

З іншого боку

$$\Delta A = F_s \Delta s, \quad (2)$$

Звідки середнє значення проекції сили на переміщенні Δs

$$\langle F_s \rangle = -\frac{\Delta E_p}{\Delta s}. \quad (3)$$

Значення проекції сили в даній точці

$$F_s = -\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta E_p}{\Delta s} = -\frac{\partial E_p}{\partial s}. \quad (4)$$

Проекція сили на будь-який напрям дорівнює першій похідній від потенціальної енергії по цьому напрямку, взятій з оберненим знаком.

Беручи у якості S координатні вісі x, y, z отримуємо

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial E_p}{\partial z}.$$

Тоді сила, що діє на тіло у потенціальному полі сил

$$\vec{F} = \vec{i}F_x + \vec{j}F_y + \vec{k}F_z = -\left(\vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)E_p.$$

Оператор у дужках називається градієнтом

$$\vec{\nabla} = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}.$$

і остаточно

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}E_p.$$

В потенціальному полі сил сила дорівнює градієнту від потенціальної енергії, взятому з протилежним знаком.

Сила завжди направлена у бік максимально швидкого зменшення потенціальної енергії.

8. Умова рівноваги механічної системи

Припустимо, що залежність потенціальної енергії від координати x має вигляд.

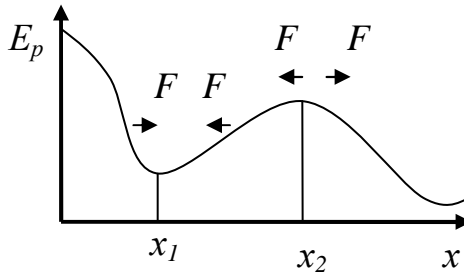


Рис. 22

В точці x_1 має місце $\min E_p$, а в точці x_2 - $\max E_p$. В екстремумах

$$\frac{\partial E_p}{\partial x} = 0$$

i

$$F = 0,$$

тобто в точках x_1 і x_2 спостерігається рівновага механічної системи. Але ці стани рівноваги принципово різні.

Поблизу точки x_1 сили направлені до положення рівноваги і при виведенні системи з рівноваги вони намагаються повернути систему у стан рівноваги. Такий стан рівноваги називається стійким.

Поблизу точки x_2 сили направлені від положення рівноваги і при виведенні з рівноваги система до положення рівноваги вже не повертається. Такий стан рівноваги називається нестійким.

Таким чином, для замкнутої системи стійкою рівноважною конфігурацією є конфігурація тіл, що відповідає мінімуму потенціальної енергії системи.

ГЛАВА 2
МЕХАНІКА ТВЕРДОГО ТІЛА.
ТЕМА 1. КІНЕМАТИКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ

1. Кутова швидкість. Кутове прискорення

Поворот тіла можливо зобразити за допомогою направленою відрізком:

1. він направлений уздовж осі обертання,
2. його довжина дорівнює величині поворота,
3. його напрям пов'язаний з напрямом обертання правилом правого винта (правилом свердлика)

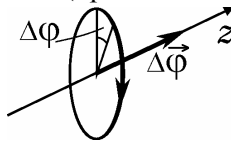


Рис. 1

Тільки дуже малі повороти $\Delta\vec{\varphi}$ (в ідеалі нескінченно малі $d\vec{\varphi}$) задовольняють правилу векторного додавання і, отже, є векторами.

Середня кутова швидкість за час Δt

$$\vec{\omega}_{сер} = \Delta\vec{\varphi} / \Delta t \text{ (рад/с) в СІ.} \quad (1)$$

Миттєва кутова швидкість

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (2)$$

Модуль миттєвої швидкості

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad (3)$$

Вектор миттєвої швидкості $\vec{\omega}$ направлений вздовж осі обертання і пов'язаний з напрямом обертання правилом свердлика.

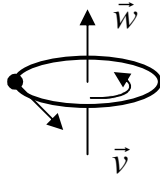


Рис. 2

Вектор лінійної швидкості \vec{v} направлений по дотичній до траєкторії матеріальної точки.

Якщо $\vec{\omega} = const$ - це рівномірне обертання. T - період обертання, $\nu = \frac{1}{T}$ - частота обертання, при цьому

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Зміна кутової швидкості в одиницю часу характеризується кутовим прискоренням.

Середнє кутове прискорення

$$\vec{\beta}_{сер} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}, \quad (4)$$

де $\Delta\vec{\omega}$ - приріст кутової швидкості за проміжок часу Δt .

Миттєве кутове прискорення

$$\vec{\beta} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \quad \beta = \frac{d\omega}{dt}. \quad (5)$$

Вектор $\vec{\omega}$ може змінюватися як за рахунок зміни швидкості обертання, так і за рахунок повороту осі обертання у просторі. Якщо положення осі обертання у просторі залишається сталим, то модуль миттєвого кутового прискорення

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}, \quad \beta = \frac{d\omega}{dt}, \quad (6)$$

в формулі (6) β - алгебраїчна величина, $\beta > 0$ для прискореного обертання, $\beta < 0$ - для сповільненого.

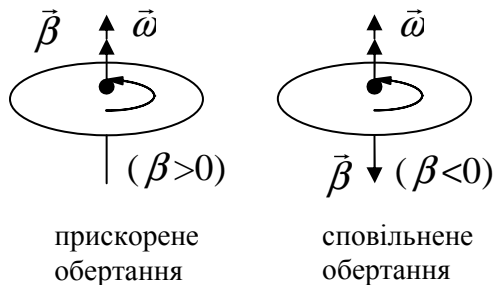


рис. 3

- З формул (1) – (6) видно, якщо в них провести три заміни:
- 1) лінійний шлях $s \rightarrow \varphi$ - кутовий шлях,
 - 2) лінійна швидкість $\vec{v} \rightarrow \vec{\omega}$ - кутова швидкість,
 - 3) лінійне прискорення $\vec{a} \rightarrow \vec{\beta}$ - кутове прискорення,
- то усі формули кінематики поступального руху переходять у відповідні формули кінематики обертального руху.

Поступальний рух	Обертальний рух
$v = \frac{ds}{dt}, \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
$s = \int_{t_1}^{t_2} v dt$	$\varphi = \int_{t_1}^{t_2} \omega dt$
$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a} dt$	$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \int_0^t \vec{\beta} dt$

Рівнозмінний рух

Поступальний ($\vec{a} = const$)	Обертальний ($\vec{\beta} = const$)
$\vec{v} = \vec{v}_0 \pm \vec{a}t$	$\omega = \omega_0 \pm \beta t$
$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$	$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\beta t^2}{2}$
$v^2 - v_0^2 = \pm 2as$	$\omega^2 - \omega_0^2 = \pm 2\beta\varphi$

2. Зв'язок між лінійними і кутовими величинами.

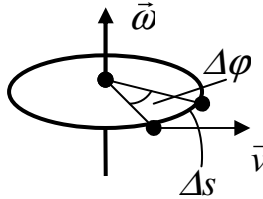


Рис. 4

Лінійна швидкість

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

З рис.

$$\Delta s = R\Delta\varphi,$$

$$v = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega, \quad v = \omega R, \quad (1)$$

Продиференціюємо за часом формулу (1). В результаті

$$\frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt}, \quad a_\tau = \beta R, \quad (2)$$

Використовуючи векторний добуток, формулу (1) можливо записати у векторному вигляді

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R},$$

де \vec{R} - радіус-вектор у площині обертання.

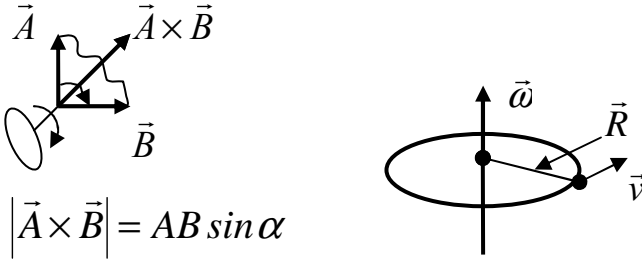


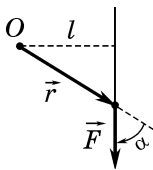
Рис. 5

ТЕМА 2. ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ.

1. Моменти сил.

а) відносно точки.

Моментом сили \vec{M} відносно точки називається векторний добуток радіуса-вектора на силу



$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F},$$

$$M = Fr \sin \alpha,$$

$$l = r \sin \alpha \text{ - плече сили}$$

Модуль моменту сили – це добуток сили на плече

$$M = Fl. \tag{2}$$

б) відносно осі z.

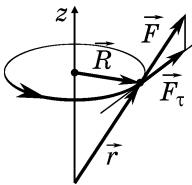
Момент сили відносно осі визначається відносно будь-якої точки на осі і береться складова вздовж осі

$$\vec{M}_z = (\vec{r} \times \vec{F})_z. \quad (3)$$

Можливо показати, що

$$\vec{M}_z = \vec{R} \times \vec{F}_\tau, \quad (4)$$

де \vec{R} - радіус-вектор у площині обертання.



Модуль моменту сили відносно осі

$$M_z = F_\tau R,$$

де \vec{F}_τ - тангенціальна складова сили \vec{F} .

Щоб визначити момент сили відносно осі потрібно визначити його відносно будь-якої точки на цієї осі і взяти складову вздовж осі.

2. Основне рівняння динаміки обертального руху .

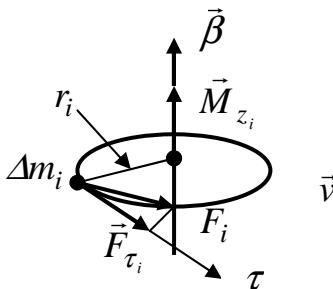


Рис. 6

Другий закон Ньютона для елементарної маси

$$\Delta m_i \vec{a}_i = \vec{F}_i. \quad (1)$$

Спростіємо (1) на тангенціальний напрям

$$\Delta m_i a_{\tau_i} = F_{\tau_i}, \quad (2)$$

Помножимо (2) на r_i і врахуємо, що $a_{\tau_i} = \beta r_i$

$$(\Delta m_i r_i^2) \beta = F_{\tau_i} r_i = M_{z_i}. \quad (3)$$

Так як вектори \vec{M}_{z_i} і $\vec{\beta}$ мають однаковий напрям, то

$$(\Delta m_i r_i^2) \vec{\beta} = \vec{M}_{z_i}, \quad (4)$$

Величина

$$I_i = \Delta m_i r_i^2, \quad (5)$$

називається моментом інерції матеріальної точки.

Підсумуємо в (4) по всім елементарним масам,

$$\vec{\beta} \sum_{(i)} \Delta m_i r_i^2 = \sum \vec{M}_{z_i}. \quad (6)$$

Величина

$$I = \sum_{(i)} \Delta m_i r_i^2, \quad (7)$$

- називається моментом інерції тіла,

$$\vec{M}_z = \sum_{(i)} \vec{M}_{z_i},$$

- результуючий момент зовнішніх сил.

В результаті

$$\vec{M}_z = I \vec{\beta}. \quad (8)$$

Це і є основний закон динаміки обертального руху або 2-й закон Ньютона для обертального руху.

Результуючий момент сил діючих на тіло дорівнює добутку моменту інерції тіла на кутове прискорення.

Основний закон динаміки поступального руху

$$\vec{F} = m \vec{a}. \quad (9)$$

Порівнюючи (8) і (9) бачимо, що при переході від поступального до обертального основному закону динаміки потрібно зробити три заміни

$$\vec{F} \rightarrow \vec{M}, m \rightarrow I, \vec{a} \rightarrow \vec{\beta},$$

тобто роль сили переходить до моменту сили, роль маси – до моменту інерції, роль лінійного прискорення до кутового.

3. Момент інерції твердого тіла.

Момент інерції приблизно

$$I \approx \sum_{(i)} \Delta m_i r_i^2. \quad (1)$$

Ця формула тим точніша, чим менші Δm_i .

Строго

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{(i)} \Delta m_i r_i^2 = \int_{(m)} r^2 dm. \quad (2)$$

Інтегрування в (2) йде по всій масі тіла. Якщо в об'ємі ΔV маса Δm , то середня густина

$$\rho_{\text{сер}} = \frac{\Delta m}{\Delta V} \text{ (кг/м}^3\text{)}_{\text{ср}}$$

Локальна густина, тобто густина в даній точці

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$$

Відсіля $dm = \rho dV$, підставляючи в (2), отримуємо для моменту інерції

$$I = \int_V \rho r^2 dV, \quad (3)$$

В формулі (3) інтегрування йде по об'єму тіла.

Для однорідного тіла $\rho = \text{const}$ і тому

$$I = \rho \int_V r^2 dV, \quad (4)$$

Приклад. Розрахуємо момент інерції однорідного циліндра, який обертається навколо власної осі.

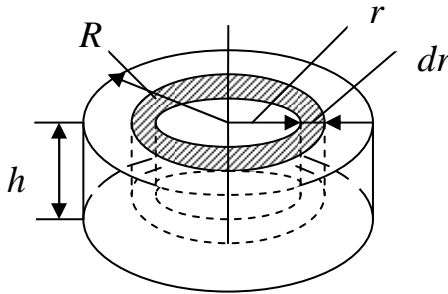


Рис. 7

У якості елементарного об'єму інтегрування dV в формулі (4) візьмемо об'єм циліндричного шару радіусом r і товщиною dr

$$dV = h2\pi r dr,$$

тоді

$$I = \rho \int_0^R r^2 h2\pi r dr$$

і інтегрування звелось до інтегрування по радіусу від 0 до R .

$$I = 2\pi\rho h \int_0^R r^3 dr = 2\pi\rho h \frac{R^4}{4} = \frac{\pi\rho h R^4}{2},$$

т. я. маса циліндра $m = \rho\pi R^2 h$, то

$$I = \frac{1}{2} m R^2. \quad (5)$$

Для однорідної кулі, яка обертається навколо осі, що проходить крізь його центр

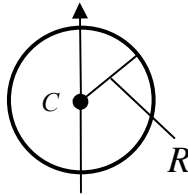


Рис. 8

$$I = \frac{2}{5} mR^2 .$$

Для стержня довжиною l , що обертається навколо осі, яка перпендикулярна стержню і проходить крізь її центр

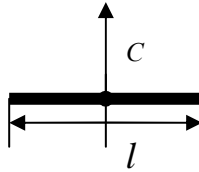


Рис. 9

$$I = \frac{1}{12} ml^2 .$$

Теорема Штейнера. Момент інерції відносно будь-якої вісі дорівнює моменту інерції відносно осі, яка паралельна даній і проходить крізь центр інерції тіла, плюс добуток маси на квадрат відстані між осями.

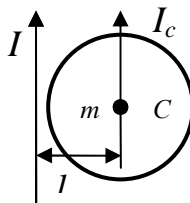


Рис. 10

$$I = I_c + ml^2.$$

4. Момент імпульсу матеріальної точки

Моменти імпульсу утворюються аналогічно моментам сили з заміною сили на імпульс.

а) Відносно точки

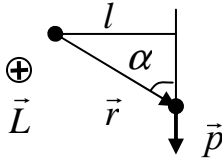


Рис. 11

Момент імпульсу відносно точки це векторний добуток радіуса-вектора на імпульс.

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}, \quad \vec{p} = m\vec{V}, \quad (1)$$

$$L = pr \sin \alpha, \quad r \sin \alpha = l,$$

Модуль моменту імпульсу

$$L = pl. \quad (2)$$

б) Відносно осі

$$\vec{L}_z = (\vec{r} \times \vec{p})_z, \quad \vec{L}_z = \vec{R} \times \vec{p}_\tau, \quad L_z = p_\tau R. \quad (3)$$

З'ясуємо, чим визначається зміна моменту імпульсі від часу, тобто знайдемо першу похідну за часом

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{p}) = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} \right) + \left(\vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \right),$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \quad \vec{p} = m\vec{v}, \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}.$$

В результаті

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}, \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}, \quad (4)$$

де \vec{M} - результуючий момент зовнішніх сил.

Приклад. Матеріальна точка рухається по колу

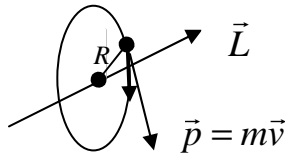


Рис. 12

$$L = mvR. \quad (5)$$

5. Закон збереження повного моменту імпульсу.

Розглянемо систему з N тіл. Для i -го тіла

$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{M}_i, \quad (1)$$

підсумовуючи по усім тілам

$$\frac{d}{dt} \sum \vec{L}_i = \sum \vec{M}_i,$$

$\sum \vec{L}_i = \vec{L}_{cист}$ - повний момент імпульсу системи,

$\sum \vec{M}_i = \vec{M}_{cист}$ - результуючий момент зовнішніх сил, що діють на систему.

В ітозі

$$\frac{d\vec{L}_{cист}}{dt} = \vec{M}_{cист}. \quad (2)$$

Для замкнутої системи тіл $\vec{M}_{cucm} = 0$, $\frac{d\vec{L}_{cucm}}{dt} = 0$ і

отже

$$L_{cucm} = const.$$

У замкнутій системі тіл повний момент імпульсу системи є сталою величиною. Це положення і зветься законом збереження моменту імпульсу системи.

6. Момент імпульсу твердого тіла

Розіб'ємо тверде тіло на елементарні маси

$$m = \sum \Delta m_i. \text{ Для елементарної маси } \Delta m_i$$

$$v_i = \omega r_i,$$

а момент імпульсу

$$\Delta L_i = \Delta m_i v_i r_i = (\Delta m_i r_i^2) \omega. \quad (1)$$

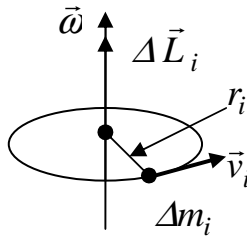


Рис. 13

Напрямки $\Delta \vec{L}_i$ і $\vec{\omega}$ співпадають, тому

$$\Delta \vec{L}_i = (\Delta m_i r_i^2) \vec{\omega}. \quad (2)$$

Момент імпульсу твердого тіла

$$\vec{L} = \sum_{(i)} \Delta \vec{L}_i = \vec{\omega} \sum_{(i)} \Delta m_i r_i^2 = I \vec{\omega},$$
$$\vec{L} = I \vec{\omega}. \quad (3)$$

Продиференціюємо формулу (3) за часом

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt} (I \vec{\omega}) = \vec{M}. \quad (4)$$

Тому, якщо $\vec{M} = 0$, то $I \vec{\omega} = const$.

Таким чином при $\vec{M} = 0$ добуток $I \vec{\omega}$ залишається сталою величиною і зміна моменту інерції тягне за собою відповідну зміну кутової швидкості.

7. Кінетична енергія твердого тіла

а) Обертання твердого тіла навколо нерухомої осі.

Для окремої елементарної маси твердого тіла

$$v_i = \omega r_i, \quad \Delta E_{ki} = \frac{\Delta m_i v_i^2}{2} = \frac{1}{2} \omega^2 (\Delta m_i r_i^2).$$

Для всього тіла

$$E_k = \sum_{(i)} \Delta E_{ki} = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{(i)} \Delta m_i r_i^2 = \frac{I \omega^2}{2},$$
$$E_k = \frac{I \omega^2}{2}. \quad (1)$$

б) Загальний випадок руху тіла

У загальному випадку руху тіла ми розкладаємо рух на два рухи: поступальний з швидкістю центра інерції \vec{V}_C і обертальний навколо миттєвої осі обертання. У якості миттєвої осі обертання тож була вибрана будь-яка пряма, тому розклад загального руху

на поступальний і обертальний можливо здійснити нескінченної кількістю способів. В цьому випадку формула для кінетичної енергії має складний вираз. Саме, якщо у якості миттєвої осі обертання вибрати вісь, що проходить крізь центр інерції тіла, то формула для кінетичної енергії набуває найпростішого вигляду

$$E_k = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{I_c \omega^2}{2}, \quad (2)$$

де I_c - момент інерції тіла відносно осі, яка проходить крізь центр інерції тіла.

Таким чином, у загальному випадку рух тіла – це накладання двох рухів – поступального з швидкістю центра інерції \vec{v}_c і обертального з кутовою швидкістю $\vec{\omega}$ навколо осі, яка проходить крізь центр інерції тіла.

Як видно з (2), кінетична енергія тіла складається з енергії поступального руху з швидкістю, яка дорівнює швидкості центра інерції, і енергії обертального руху навколо осі, яка проходить крізь центр інерції тіла.

8. Робота при обертанні твердого тіла

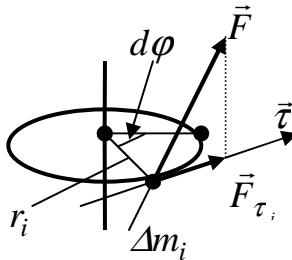


Рис. 14

Позначимо dA_i - робота над Δm_i -ю елементарною масою при повороті на кут $d\varphi$.

При повороті на кут $d\varphi$ маса Δm_i проходить шлях

$$ds_i = r_i d\varphi.$$

При цьому виконується робота

$$dA_i = F_{\tau_s} ds_i = F_{\tau_i} r_i d\varphi = M_i d\varphi. \quad (1)$$

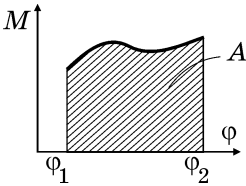
Робота над усім тілом

$$dA = \sum dA_i = d\varphi \sum M_i = Md\varphi, \quad (2)$$

де M - результуючий момент сил, діючих на тіло.

Інтегруючи (2), отримуємо роботу при повороті тіла від φ_1 до φ_2

$$\int dA = \int Md\varphi, \quad A_{12} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} Md\varphi. \quad (3)$$



Якщо $M = const$

$$A_{12} = M(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (4)$$

На координатній площині (M, φ) робота при обертанні тіла дорівнює площі криволінійної трапеції.

9. Рівняння руху тіла

Рух тіла визначається діючими на тіло зовнішніми силами і моментами цих сил.

$$m\vec{a}_c = \sum \vec{F}_i, \quad (1),$$

$$I\vec{\beta} = \sum \vec{M}_i. \quad (2)$$

Формула (1) – описує поступальний рух, (2) - описує обертальний рух.

Моменти сил в формулі (2) можливо брати відносно будь-якої нерухомої або рухаючийся без прискорення осі. Взявши моменти сил відносно осі, що рухається з прискоренням,

ми перейдемо у неінерціальну систему координат, де потрібно враховувати ще сили інерції.

10. Умови рівноваги твердого тіла.\

1. Сума зовнішніх сил діючих на тіло повинна дорівнювати нулю

$$\sum \vec{F}_i = 0, \quad (1)$$

(при цьому відсутній поступальний рух).

2. Результуючий момент зовнішніх сил відносно будь-якої нерухомої осі повинні дорівнювати нулю

$$\sum \vec{M}_i = 0, \quad (2)$$

(при цьому відсутній обертальний рух)

Практично достатньо, щоб умова (2) виконувалася для будь-яких трьох нерухомих осей, що не лежать в одній площині (звичайно беруть три координатні вісі x, y, z). Тоді вона виконується і для будь-якої осі.

Висновки.

Якщо в формулах поступального руху зробити шість замінів

Кінематичні величини	$1.s \rightarrow \varphi$ $2.v \rightarrow \omega$ $3.a \rightarrow \beta$	Кінематичні величини міняються на кутові.
Динамічні величини	$4.F \rightarrow M$ $5.m \rightarrow I$ $6.p \rightarrow L$	Динамічні величини міняються на моменти цих величин

то всі формули правильним чином перетворюються у відповідні формули обертального руху.

Таблиця основних формул

Поступальний рух		Обертальний рух	
основний закон динаміки	$\sum \vec{F}_i = m \vec{a}$	$\sum \vec{M} = I \vec{\beta}$	
імпульс	$\vec{p} = m \vec{V}$	$\vec{L} = I \vec{\omega}$	момент імпульсу
енергія	$E_k = \frac{mv^2}{2}$	$E_k = \frac{I\omega^2}{2}$	
робота	$A_{12} = \int_1^2 F_s ds$	$A_{12} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi$	

РОЗДІЛ 2 МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

ГЛАВА 1. Газовий стан

ТЕМА 1. Основні положення

1. Цілі і задачі молекулярної фізики і термодинаміки

Молекулярна фізика вивчає будову і властивості речовини, виходячи з молекулярно-кінетичних уявлень, що

- 1) будь-яке тіло складається з великої кількості молекул;
- 2) молекули будь-якої речовини знаходяться у стані постійного теплового руху;
- 3) молекули взаємодіють між собою.

Молекулярно-кінетична теорія розглядає властивості речовини як сумарний результат дії молекул. При цьому вона користується статистичним методом, цікавлячись лише середніми величинами (середня швидкість молекул, середня енергія і т.п.)

Термодинаміка вивчає властивості тіл і явищ природи не цікавлячись їхньою мікроскопічною структурою. Не входячи в мікроскопічний розгляд процесів, термодинаміка дозволяє зробити цілий ряд висновків відносно їх протікання.

В основі термодинаміки лежать три фундаментальні закони, які встановлені шляхом узагальнення великої сукупності дослідних даних.

Підходячи до зміну стану речовини з різних боків (молекулярна фізика – з мікроскопічного рівня, термодинаміка – з макроскопічного) молекулярна фізика і термодинаміка взаємно доповнюють одне одну.

2. Стани і процеси

Системою будемо називати сукупність тіл, що розглядається (у тому разі і молекули).

Будь-яка система може знаходитися у різних станах. Величини, що характеризують стан системи, називаються параметрами стану. Для газу таких параметрів стану три

$\{p, V, T\}$, де p - тиск (Па), V - об'єм (м^3) і абсолютна температура T (К)

$$T = t^{\circ}\text{C} + 273, (\text{К}).$$

Не кожний параметр стану має певне значення. Якщо один або кілька параметрів стану не визначені, то такий стан має назву нерівноважного.

Приклад: газ під поршнем

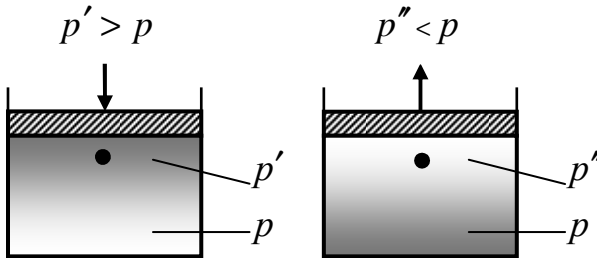


Рис. 1

При швидкому стисканні або розширенні параметр тиск не визначений, т. я. в шарі під поршнем він відрізняється в інших точках об'єму.

Рівноважний стан це такий стан системи, при якому усі параметри системи мають певні значення і вони залишаються незмінними при незмінних зовнішніх умовах.

Усякий рівноважний стан може бути зображений точкою на координатній площині.

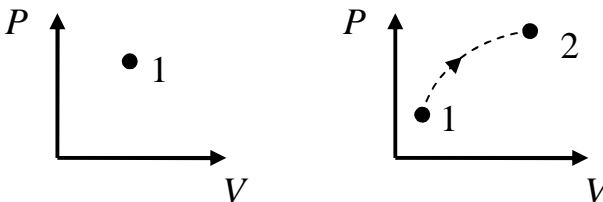


Рис. 2

Процес, який складається з безперервної послідовності рівноважних станів називається рівноважним. Рівноважним може бути тільки нескінченно повільний процес. Тільки рівноважний процес може бути зображений кривою на відповідній координатній площині.

3. Внутрішня енергія системи

Внутрішня енергія тіла – це кінетична енергія теплового руху молекул, потенціальна енергія їх взаємодії і внутрішньо молекулярна енергія

$$U_{\text{тіла}} = \sum E_{\text{к.мол}} + E_{\text{р.мол}} + E_{\text{вн.мол.}}$$

Внутрішня енергія системи тіл дорівнює сумі внутрішніх енергій всіх тіл системи і потенціальної енергії взаємодії між ними

$$U_{\text{сист.}} = \sum_{i=1}^N U_{i\text{тіла}} + E_{\text{р.тілами}}$$

Внутрішня енергія є функцією стану системи. Це означає, що усякий раз, коли система приходить в даний стан, її внутрішня енергія приймає тільки одне відповідне цьому стану значення.

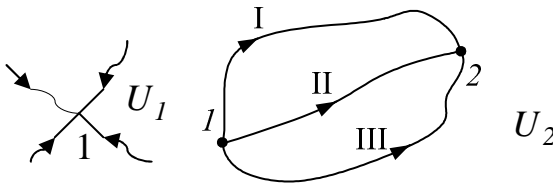


Рис. 3

При переході системи з одного стану в інший зміна внутрішньої енергії ΔU_{12} дорівнює різниці її значень у цих станах, незалежно від шляху переходу:

$$\Delta U_{12}^{(I)} = \Delta U_{12}^{(II)} = \Delta U_{12}^{(III)} = U_1 - U_2.$$

4. Перший закон термодинаміки

Внутрішню енергію системи можливо змінити тільки двома процесами: виконанням над системою роботи A' і наданням її кількості тепла Q .

Тоді приріст внутрішньої енергії

$$U_2 - U_1 = Q + A'_{12}. \quad (1)$$

З 3-го закону Ньютона $A'_{12} = -A_{12}$ - робота системи над зовнішніми тілами. Тоді з (1)

$$Q = (U_2 - U_1) + A_{12}, \quad (2)$$

Це і є перший закон термодинаміки: кількість теплоти, що надається системі іде на збільшення її внутрішньої енергії і на виконання роботи системою над зовнішніми тілами.

Для розрахунків A і Q приходиться розбивати весь процес на послідовність елементарних процесів. Для елементарного процесу 1-й закон термодинаміки має вигляд

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A, \quad (3)$$

де ΔQ - елементарна кількість теплоти, ΔA - елементарна робота, ΔU - приріст внутрішньої енергії.

5. Робота системи при зміні об'єму

Взаємодію тіла з рідинами і газами можливо характеризувати тиском, який вони чинять на тіло.

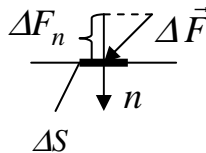


Рис. 4

ΔF_n - проекція сили $\Delta \vec{F}$ на нормаль \vec{n}

$$p_{\text{сеп}} = \frac{\Delta F_n}{\Delta S}, \quad (1 \text{Па} = 1 \text{Н} \backslash \text{м}^2)_{\text{сi}}$$

- середній тиск на площинку ΔS .

Якщо сила розподілена по площині нерівномірно, то тиск у даній точці

$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta S} = \frac{dF_n}{dS},$$

На відміну від сили, тиск – скалярна величина.

Роботу яка виконується даним тілом над зовнішніми тілами, можливо виразити за допомогою тиску і зміни об'єму.

Розіб'ємо приріст об'єму ΔV на елементарні з циліндричною формою

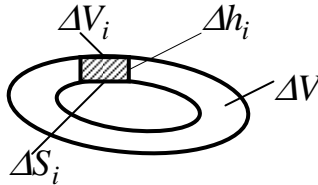


Рис. 5

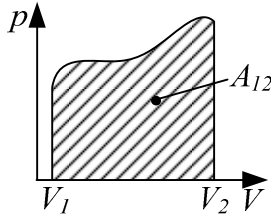
$$\Delta V = \sum \Delta V_i.$$

Робота ΔA_i по зміні об'єму ΔV_i

$$\Delta A_i = p \Delta S_i \Delta h_i = p \Delta V_i.$$

Робота ΔA по зміні об'єму ΔV

$$\Delta A = \sum \Delta A_i = p \sum \Delta V_i = p \Delta V$$



Переходячи до нескінченно малих $dA = pdV$ і інтегруючи

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} pdV .$$

На координатній площині (p, V) робота дорівнює площі криволінійної трапеції.

ТЕМА 2. Елементарна кінетична теорія газів

1. Рівняння кінетичної теорії газів для тиску.

Будьмо розглядати модель n ідеального газу. Ідеальний газ – це сукупність однакових, хаотично рухаючихся, не взаємодіючих між собою молекул. Розміри молекул настільки малі, що сумарним їх об'ємом можливо знехтувати порівняно з об'ємом посуду

$$\left(\sum V_{\text{мол}} \ll V \right).$$

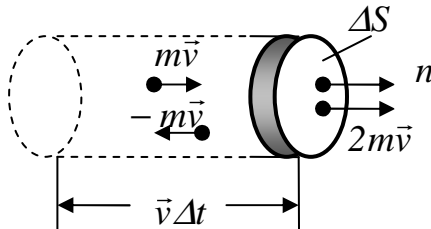


Рис. 6

Кожний елемент поверхні ΔS посуду безперервно зазнає удари великої кількості молекул. Зміна імпульсу молекули

$$\Delta \vec{p}_{\text{мол}} = -m\vec{v} - m\vec{v} = -2m\vec{v}.$$

стінка посуду отримує імпульс $\Delta \vec{p} = 2m\vec{v}$ при ударі кожної молекули. Передача імпульсу молекулою стінці при зіткненні і призводить до виникнення тиску газу на стінку посуду.

Будьмо вважати, що у вибраному напрямку рухається $1/6$ частина всіх молекул. Тоді за час Δt кількість зіткнень с ΔS

$$\Delta N = \frac{1}{6} n \Delta S v \Delta t,$$

де n – кількість молекул в одиниці об'єму.

Підсумковий імпульс ΔK , який передається ΔS за час Δt

$$\Delta K = 2mV\Delta N = \frac{1}{3} nmv^2 \Delta S \Delta t.$$

Тиск газу на стінку

$$p = \frac{\Delta K}{\Delta t \Delta S} = \frac{1}{3} nmV^2.$$

Якщо ввести

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{mv^2}{2}$$

- середню кінетичну енергію молекули, то

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle. \quad (1)$$

Помножимо (1) на об'єм молю V_M

$$pV_M = \frac{2}{3} (nV_M) \langle \varepsilon \rangle = \frac{2}{3} N_A \langle \varepsilon \rangle, \quad (2)$$

де $N_A = nV_M$ - число Авагадро.

Рівняння Клапейрона для 1-го молю

$$pV_m = RT. \quad (3)$$

З формул (2) і (3) отримуємо

$$\frac{2}{3} N_A \langle \varepsilon \rangle = RT, \langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT, \quad (4)$$

Підставляючи (4) в (1) отримуємо остаточно

$$p = nkT. \quad (5)$$

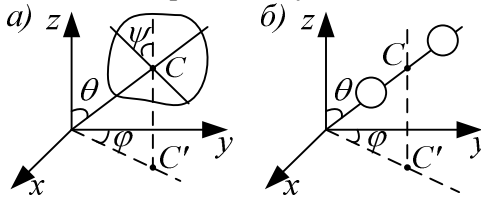
2. Рівнорозподіл енергії за ступенями свободи молекул

Ступені свободи механічної системи – це незалежні величини, які визначають положення системи у просторі.

1. Матеріальна точка – має 3 ступені свободи. тритії координати $\{x, y, z\}$.

2. Тверде тіло – має 6 ступенів свободи, три координати $\{x_c, y_c, z_c, \nu, \varphi, \psi\}$,

$\{x_c, y_c, z_c\}$ - координати центра інерції – поступальні ступені свободи, $\{\nu, \varphi, \psi\}$ - кути, що визначають положення двох перпендикулярних осей – обертальні ступені свободи.



3. Двохатомна молекула з жорстким зв'язком має 5 ступенів свободи $\{x_c, y_c, z_c, \nu, \varphi\}$. При обертанні навколо осі молекули її положення не змінюється і тому потрібно задавати тільки два кути.

Середня енергія поступального руху

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

Скільки не було б ступенів свободи, поступальних ступенів свободи завжди 3 і всі вони рівноправні. На одну поступальну ступень свободи припадає енергія

$$\langle \varepsilon \rangle_{\text{пост.ст.св.}} = \frac{1}{2} kT .$$

Ні один з видів рухів не має переваги перед другими і тому на будь-яку ступень свободи у середньому припадає енергія

$$\langle \varepsilon \rangle_{\text{ст.св.}} = \frac{1}{2} kT .$$

Це і є принцип рівнорозподілу енергії по ступеням свободи молекул. Тоді середня енергія теплового руху молекули

$$\langle \varepsilon \rangle_{\text{мол.}} = \frac{i}{2} kT ,$$

де $i = n_{\text{пост}} + n_{\text{обер}} + 2n_{\text{кол}}$, (n - кількість відповідних ступенів свободи). Коливальні ступені свободи мають вдвічі більшу енергоємність.

При невеликих температурах, коли коливальні ступені свободи не збуджені ($n_{\text{кол}} = 0$)

$i = 3$ - для одноатомних молекул,

$i = 5$ - для двоатомних молекул,

$i = 6$ - для трьох і більш атомних молекул.

3. Внутрішня енергія і теплоємність ідеального газу

Внутрішня енергія ідеального газу складається з енергій теплового руху окремих молекул.

Для моля

$$U_m = N_A \langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} (kN_A) T = \frac{i}{2} RT .$$

Для маси m газу

$$U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} RT,$$

де $\frac{m}{\mu}$ - кількість молів.

Введемо наступні види теплоємностей:

1. теплоємність тіла $C_{тіла} = \frac{d\varphi}{dT}$, (Дж/К),

2. молярна теплоємність ($m = \mu$) C (Дж/К моль),

3. питома теплоємність ($m = 1$) c (Дж/К кг)

Для газів підрозділяють два види молярних теплоємностей C_V - при сталому об'ємі, і C_p - при сталому тиску.

1. Ізохорний процес ($V = const$), тоді

$$dV = 0, dA - pdV = 0, dQ_V = dU_M,$$

$$C_V = \frac{dQ_V}{dT} = \frac{dU_M}{dT} = \frac{i}{2} R, \text{ т. я. } U_M = \frac{i}{2} RT.$$

2. Ізобарний процес ($p = const$). Для моля

$$dQ_p = dU_M + pdV_M,$$

$$C_p = \frac{dQ_p}{dT} = \frac{dU_M}{dT} + p \left(\frac{dV_M}{dT} \right)_p = C_V + p \left(\frac{dV_M}{dT} \right)_p,$$

$$V_M = \frac{RT}{p}, \quad \left(\frac{dV}{dT} \right)_p = \frac{p}{R}$$

$$C_p = C_V + R.$$

Коефіцієнт $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ - визначається кількістю ступенів

свободи молекули.

Розглянемо як співпадають теорія і дослід на прикладі водню (молекули H_2).

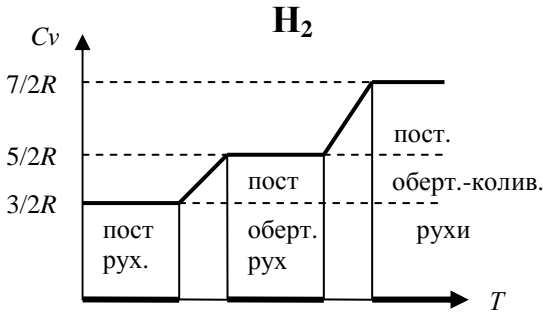


Рис. 7

З підвищенням температури все більша частина молекул втягується спочатку в обертальний, а потім і у коливальний рух, тому $i = f(T)$, тобто кількість ступенів свободи залежна від температури.

4. Рівняння адіабати ідеального газу

Адіабатним називається процес, який протікає без теплообміну з зовнішнім середовищем.

Внутрішня енергія ідеального газу

$$U = \frac{m}{\mu} C_V T,$$

звідси

$$dU = \frac{m}{\mu} C_V dT.$$

Тоді перший закон термодинаміки

$$dQ = \frac{m}{\mu} C_V dT + p dV.$$

Для адіабатного процесу $dQ = 0$

$$\frac{m}{\mu} C_V dT + p dV = 0, \quad (1)$$

$$p = \frac{m RT}{\mu V}, \quad \frac{m}{\mu} C_V dT + \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V} = 0.$$

Розділяючи змінні отримуємо

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{C_V} \frac{dV}{V} = 0, \quad (2)$$

т. я. $d(\ln x) = \frac{dx}{x}$, то $d(\ln T + \frac{R}{C_V} \ln V) = 0$,

$$\ln T + \frac{R}{C_V} \ln V = const, \quad (3)$$

$$\frac{R}{C_V} = \frac{C_p - C_V}{C_V} = \gamma - 1,$$

де

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i},$$

в ітозі

$$\ln T + (\gamma - 1) \ln V = const,$$

звідки

$$TV^{\gamma-1} = const.$$

Т. я.

$$T = \frac{\mu PV}{mR},$$

остаточно отримуємо

$PV^\gamma = const$ - адиабатний процес,

$PV = const$ - ізотермний процес.

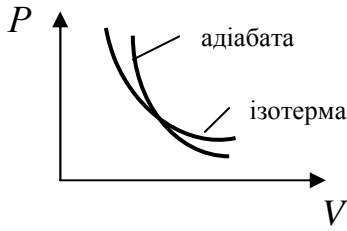


Рис. 8

На координатній площині (P, V) адіабата іде крутіше ізотерми.

ТЕМА 3. Статистика газів

1. Розподіл молекул по швидкостям (розподіл Максвелла).

Молекули газу рухаються з самими різними швидкостями і при цьому величина і напрям швидкості кожної молекули безперервно змінюються із-за зіткнень.

Можливі значення швидкості молекул, які лежать у інтервалі від 0 до ∞ , не рівно імовірні. Дуже великі і дуже малі порівняно з середніми швидкості малоімовірні.

Будьмо відмічати значення швидкості молекул точками на осі швидкостей (у дану мить часу).

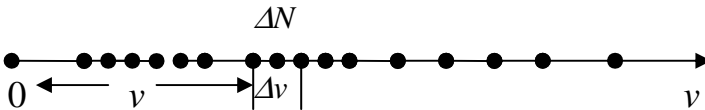


Рис. 9

Швидкості розподілені по осі нерівномірно, вони групуються навколо найбільше імовірного значення.

Густина точок

$$\rho(v) = \frac{\Delta N}{\Delta v}.$$

Однакової для різних порцій газу буде функція

$$f(v) = \frac{\rho(v)}{N} = \frac{1}{N} \frac{\Delta N}{\Delta v},$$

де N - кількість молекул газу.

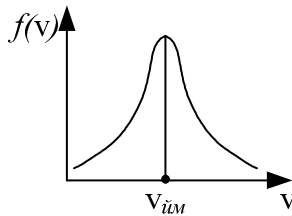
Ця функція і характеризує розподіл молекул по швидкостям і має назву функції розподілу.

Величина $f(v)\Delta v = \frac{\Delta N}{N}$ дає відносну кількість молекул, швидкості яких лежать у інтервалі $v \div v + \Delta v$ і одночасно це імовірність того, що швидкість молекули лежить у цьому інтервалі.

Сама функція $f(v)$ визначає густину імовірності, тобто імовірність того, що швидкість молекули лежить у заданому одиничному інтервалі швидкостей.

Функція розподілу $f(v)$ була визначена Максвеллом і має вигляд

$$f(v) = A e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2$$



Швидкість, яка відповідає максимуму $f(v)$ називається найбільш ймовірною.

Умова максимуму функції розподілу $f(v)$

$$\frac{df}{dv} = A e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \left(2 - \frac{mv^2}{kT} \right) v = 0,$$

відсіля найбільш імовірна швидкість

$$v_{im} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

Знаючи розподіл молекул газу по швидкостям можливо знайти середнє значення швидкості

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = 1,13v_{im}.$$

2. Барометрична формула

Вона описує залежність атмосферного тиску від висоти. Атмосферний тиск на будь-якій висоті обумовлений вагою вище лежачих шарів повітря і тому з збільшенням висоти тиск зменшується.

Якщо на висоті h тиск P , то на $h + dh \rightarrow P + dP$ причому, якщо $dh > 0$ (висота зростає), то $dP < 0$ (тиск зменшується). Тому

$$dP = -\rho g dh,$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT},$$

$$dp = -\frac{p\mu g}{RT} dh.$$

Розділимо змінні в рівнянні

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dh.$$

Інтегруючи

$$\ln p = -\frac{\mu gh}{RT} + \ln C$$

де C - константа інтегрування.

Після потенціювання

$$p = C e^{-\frac{\mu gh}{RT}}.$$

Константу C знаходимо з умови

$$p \Big|_{h=0} = p_0, \text{ відкіля } C = P_0.$$

Остаточню

$$p = p_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}.$$

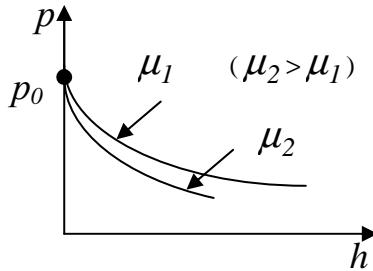


Рис. 10

Тиск зменшується з висотою тим швидше, чим вагоміший (μ) газ і чим нижча його температура (T).

3. Розподіл молекул по потенціальним енергіям (розподіл Больцмана)

Враховуючи основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії

$$p = nkT$$

і, якщо температура газу не залежить від висоти h , то барометрична формула отримує вигляд

$$n = n_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}},$$

т. я. $\frac{\mu}{R} = \frac{m}{k}$, то

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}, \quad (1)$$

де m - маса молекули.

З зниженням температури кількість частинок на висотах відмінних від нуля, зменшується і перетворюється у нуль при $T = 0$.

Т.я. $\mathcal{E}_p = mgh$, тоді формула (1)

$$n = n_0 e^{-\frac{\mathcal{E}_p}{kT}}, \quad (2)$$

Формула (2) і уявляє собою розподіл Больцмана по потенціальним енергіям. Молекули розподілені з більшою густиною там, де менше їх потенціальна енергія.

В формулі (3) n - кількість молекул в одиниці об'єму з заданою потенціальною енергією \mathcal{E}_p , $n_0 = n \Big|_{\mathcal{E}_p=0}$.

Цей розподіл справедливий у будь-якому потенціальному полі сил для великої сукупності однакових частинок, які знаходиться у стані хаотичного теплового руху.

4. Середня довжина вільного пробігу молекул

Мінімальна відстань, на яку наближаються при співударі центри двох молекул, називається ефективним діаметром молекули d .

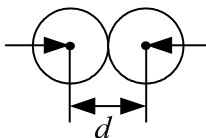


Рис. 11

Ефективний діаметр молекули зменшується із зростанням температури.

$$\sigma = \pi d^2$$

- ефективний переріз молекули.

Відстань між двома послідовними співударями молекули називається довжиною вільного пробігу, т. я. від співудару до співудару молекула рухається рівномірно і прямолінійно, а це є вільний рух.

Середня довжина вільного пробігу

$$\lambda = \frac{\langle v \rangle}{\nu}, \quad (1)$$

де ν – середня кількість співударів за 1с.

Припустимо, що всі молекули крім даної зупинилися (заморожені) нерухомо на своїх місцях (заштриховані) і рухається тільки одна (не заштрихована). За всіма молекулами, центри яких попадають усередину ламаного циліндра, будуть відбуватися зіткнення молекули, що рухається..

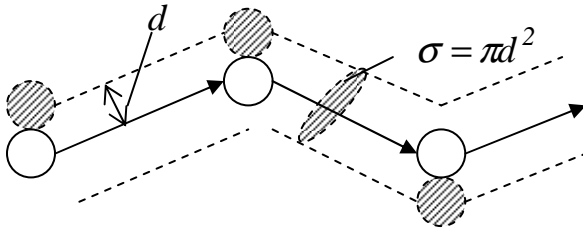


Рис. 12

За 1с кількість зіткнень

$$\nu = \pi d^2 \langle v \rangle n,$$

де n - кількість молекул в одиниці об'єму.

У дійсності кількість зіткнень визначається не швидкістю молекули відносно стінки, а відносною швидкістю руху молекул, яка у $\sqrt{2}$ більше швидкості відносно стінок посуду. Тобто

$$\nu = \sqrt{2} \pi d^2 \langle v \rangle n. \quad (2)$$

Підставляючи (2) в (1) остаточно отримуємо

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$$

Так як при $T = const$ $n \sim p$, то $\lambda \sim \frac{1}{p}$.

ТЕМА 4 . Явища переносу

Це явища, які виникають при відхиленні газу від рівноваги. До них відносяться: внутрішнє тертя, теплопровідність і дифузія.

1. Явище внутрішнього тертя .

Якщо швидкість впорядкованого руху молекул у потоці газу змінюється від шару до шару, то між шарами газу виникають сили внутрішнього тертя..

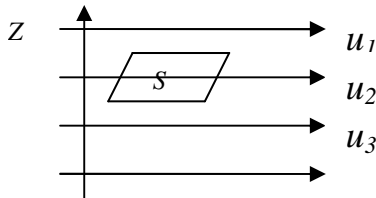


Рис. 13

Сила внутрішнього тертя згідно з дослідом

$$F = \eta \frac{du}{dz} S, \quad (1)$$

де $\frac{du}{dz}$ - градієнт швидкості, який характеризує зміну швидкості впорядкованого руху від шару до шару у поперечному напрямі z , η - коефіцієнт внутрішнього тертя.

При $\frac{dU}{dz} = l$ і $S = l \eta = F$, тобто коефіцієнт

внутрішнього тертя визначає силу внутрішнього тертя, яка діє по одиничній площині при одиничному градієнті швидкості.

Розглянемо два сусідніх шари у потоці газу.

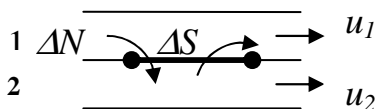


Рис. 14

Позначимо K_1 і K_2 - імпульси шарів, які не можуть залишатися сталими внаслідок теплового руху молекул.

Кількість молекул ΔN , які внаслідок хаотичного теплового руху переходять за час Δt крізь площину ΔS між шарами

$$\Delta N = \frac{l}{6} n \langle v \rangle \Delta S \Delta t.$$

В результаті імпульс більш швидкого шару зменшується, а імпульс більш повільного зростає.

З 1-го шару за час Δt уноситься імпульс

$$\Delta K'_1 = \Delta N m u_1,$$

а привноситься з 2-го шару імпульс

$$\Delta K''_1 = \Delta N m u_2.$$

Приріст імпульсу 1-го шару

$$\Delta K_1 = \Delta K''_1 - \Delta K'_1 = \Delta N m (u_2 - u_1) =$$

$$\frac{l}{6} n m \langle v \rangle (u_2 - u_1) \Delta S \Delta t.$$

По поверхні шару діє сила

$$F_1 = \frac{\Delta K_1}{\Delta t} = \frac{l}{6} n m \langle v \rangle (u_2 - u_1) \Delta S, \quad \vec{F}_2 = -\vec{F}_1.$$

Чітких шарів у потоці газу немає. Швидкість впорядкованого руху безперервно змінюється у поперечному напрямку і постає питання з якими швидкостями u_1 і u_2 молекули переходять крізь площинку ΔS . Можливо припустити, що молекули переносять імпульси, які вони мали у точці останнього зіткнення, тобто на відстані довжини вільного пробігу λ від площинки ΔS .

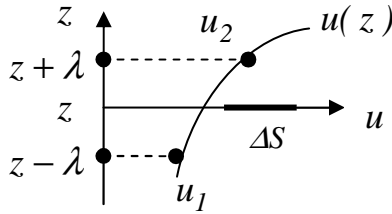


Рис. 15

$$u_2 = u(z + \lambda) = u(z) + \frac{du}{dz} \lambda,$$

$$u_1 = u(z - \lambda) = u(z) - \frac{du}{dz} \lambda.$$

Тоді

$$u_2 - u_1 = 2\lambda \frac{du}{dz}.$$

І в результаті сила внутрішнього тертя

$$F = \left(\frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \lambda \right) \frac{du}{dz} S, \text{ де } \rho = nm.$$

Вводячи коефіцієнт внутрішнього тертя

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \lambda,$$

остаточно отримуємо формулу (1).

2. Теплопровідність газів

Якщо у деякому середовищі вздовж деякого напрямку z температура залишається сталою, то вздовж цього напрямку встановлюється потік тепла.

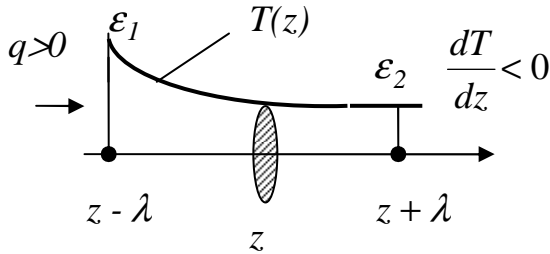


Рис. 16

$$q = \frac{dQ}{dt}, \quad (1 \text{ Дж/с} = 1 \text{ Вт})$$

– потік тепла, алгебраїчна величина.
Дослід дає

$$q = -\chi \frac{dT}{dz} S, \quad (1)$$

χ - коефіцієнт теплопровідності, він визначає потік тепла крізь одиничну площинку при одиничному градієнті температури ($\frac{dT}{dz} = 1$).

Переміщуючись внаслідок теплового руху з одних місць у інші, молекули газу переносять притаманну їм енергію

$$\varepsilon = \frac{i}{2} kT.$$

В результаті виникає потік тепла у бік зменшення температури

$$q = \frac{\Delta N}{\Delta t} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2),$$

де ΔN - кількість молекул, які перетинають площинку ΔS за час Δt , \mathcal{E}_1 і \mathcal{E}_2 - значення енергії яку переносять молекули, тобто ті значення які вони мали на відстані середньої довжини пробігу молекул від площинки S . В результаті отримуємо формулу (1) і вираз для коефіцієнту теплопровідності

$$\chi = \eta c_V,$$

де c_V - питома теплоємність при сталому об'ємі.

3. Дифузія у газах

Якщо концентрація газу у різних точках простору неоднакова, то внаслідок теплового руху молекул відбувається процес вирівнювання концентрацій, який супроводжується переносом маси.

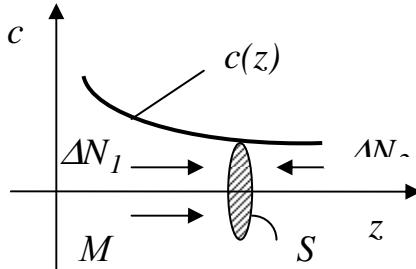


Рис. 17

Виникає потік маси у напрямку зменшення концентрації.

$$M = \frac{dm}{dt}, \text{ (кг/с)}$$

– потік маси, тобто маса, що переноситься у одиницю часу крізь площинку S .

Дослід дає формулу

$$M = -D \frac{dc}{dz} S, \tag{1}$$

де D - коефіцієнт дифузії, який визначає потік маси крізь одиничну площинку ($S = 1\text{ м}^2$) при одиничному градієнті концентрації $\frac{dc}{dz}$.

Якщо концентрація змінюється вздовж осі z , то кількість молекул ΔN , що перетинають в результаті теплового руху площинку S зліва направо і справа наліво буде різна (ΔN_1 і ΔN_2). В результаті виникає потік маси у бік зменшення концентрації

$$M = (\Delta N_1 - \Delta N_2) \frac{m}{\Delta t},$$

де m - маса молекули, або

$$M = (c_1 - c_2) \frac{\Delta V}{\Delta t},$$

де $\Delta V = S \langle v \rangle \Delta t$, c - концентрація (тобто маса молекул у одиниці об'єму) ($c = nm$). Концентрації c_1 і c_2 беруться у місці останнього зіткнення молекул, тобто на відстані λ від площинки S . В результаті отримуємо формулу (1) і вираз для D

$$D = \frac{\eta}{\rho}.$$

Висновок. В явищах переносу в результаті хаотичного теплового руху молекул у просторі переноситься певна фізична величина:

- а) при переносі імпульсу виникає внутрішнє тертя;
- б) при переносі енергії – виникає теплопровідність;
- в) при переносі маси – виникає дифузія.

При $T = 0$ припиняється тепловий рух молекул і явища переносу зникають.

ТЕМА 5 . Реальні гази

1. Рівняння Ван-дер-Ваальса (ВдВ).

Поведінка газів добре описується рівнянням стану ідеального газу

$$PV_M = RT, \quad (1)$$

поки сумарний об'єм молекул малий, порівняно з об'ємом посуду. Ця вимога виконується при звичайних умовах.

З підвищенням тиску зростає густина газу внаслідок чого виникають помітні відхилення від рівняння (1). При збільшенні густини газу починає відігравати все зростаючу роль власний об'єм молекул і сили взаємодії між ними.

При 0°C і тиску $p_1 = 10^5$ Па (нормальний атмосферний тиск) у об'ємі $V_1 = 1\text{ м}^3$ сумарний об'єм молекул

$\sum V_{\text{мол}} = 10^{-4}$ м³. При стисканні до $p_2 = 5 \cdot 10^5$ Па (тобто у 5000 разів) його об'єм стає $V_2 = 2 \cdot 10^{-4}$ м³. Тобто на долю молекул газу припадає половина занятого газом об'єму.

Для опису поведінки реального газу було запропоновано кілька формул. Самим вдалим виявилось рівняння Ван-дер-Ваальса (ВдВ).

Для 1-го молю газу

$$\left(p + \frac{a}{V_M^2} \right) (V_M - b) = RT, \quad (2)$$

де a і b - константи ВдВ, які для різних газів мають різні значення і вимірюються дослідно.

Поправка $\frac{a}{V_M^2}$ характеризує додаток до зовнішньому тиску, який обумовлений взаємодією між молекулами. Внаслідок притягання молекул одна до одної газ мов би стискає сам себе. Якщо взаємодія між молекулами зникла б, то для того щоб утримати газ в тому ж об'ємі знадобилося б збільшити зовнішній

тиск на величину $\frac{a}{V_m^2}$. Тому ця поправка називається внутрішнім тиском p_i .

$$p_i = \frac{a}{V_m^2}. \quad (3)$$

Поправка b до об'єму характеризує ту частину об'єму посуду, яка не досяжна для руху молекул.

Для центрів двох стискаючихся молекул недосяжним є сферичний об'єм радіуса d , який у 8 разів більше об'єму молекули $V_{\text{мол}}$.

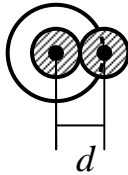


Рис. 18

У перерахуванні на одну молекулу недосяжним є об'єм $4V_{\text{мол}}$. Оскільки молекули стискаються попарно, то для всіх молекул недосяжним є об'єм

$$b = 4 \sum V_{\text{мол}}. \quad (4)$$

Для довільної маси газу

$$V = \frac{m}{\mu} V_m = \nu V_m$$

при тих же умовах. Звідси $V_m = V/\nu$

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2} \right) \left(\frac{V}{\nu} - b \right) = RT.$$

Помножимо ліву і праву частини на V

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V^2} \right) (V - vb) = vRT.$$

Введемо $a' = v^2 a, b' = vb$.

У результаті отримаємо рівняння ВдВ для V молів

$$\left(p + \frac{a'}{V^2} \right) (V - b') = \frac{m}{\mu} RT. \quad (5)$$

З збільшенням об'єму роль поправок a' і b' стає все менш суттєвою і у граничному переході $V \rightarrow \infty$ рівняння (5) переходить у рівняння стану ідеального газу.

$$pV = \frac{m}{\mu} RT. \quad (6)$$

Реальні гази ведуть себе згідно з рівнянням ВдВ лише наближено.

2. Внутрішня енергія реального газу.

Робота внутрішніх сил притягання між молекулами реального газу $p_i dV$ йде, як усяка робота внутрішніх сил системи, на збільшення її потенціальної енергії

$$dE_p = p_i dV. \quad (1)$$

Для одного моля реального газу

$$p_i = \frac{a}{V_m^2},$$

$$\text{тому } dE_p = \frac{a}{V_m^2} dV. \quad (2)$$

Інтегруючи формулу (2) отримуємо для потенціальної енергії одного моля реального газу

$$E_p = -\frac{a}{V_m}, \quad (3)$$

а внутрішня енергія, яка складається з енергії руху молекул і потенціальної енергії їх взаємодії, буде визначатиметься формулою

$$U_m = C_v T - \frac{a}{V_m}, \quad (4)$$

де C_v - молярна теплоємність при сталому об'ємі ($C_v = \frac{i}{2}R$).

Внутрішня енергія V молів буде у V разів більше.

3. Ізотерми Ван-дер-Ваальса

Рівняння ВДВ – це кубічне рівняння відносно об'єму V , коефіцієнти якого залежать від p і T . Це рівняння має три рішення (корені). В залежності від коефіцієнтів або всі рішення є реальними, або – одне реальне, а два уявні. Об'єм може визначатися тільки реальними числами, тому уявні рішення потрібно відкинути.

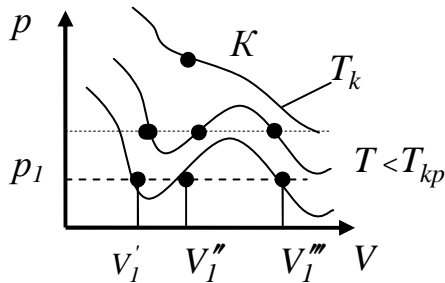


Рис. 19

З збільшенням температури три рішення наближаються одне до одного і при $T = T_{kp}$ реальним є тільки одне рішення. Ця температура називається критичною температурою.

При $T < T_{кр}$ всі три рішення рівняння ВдВ реальні.

4. Дослідні ізотерми

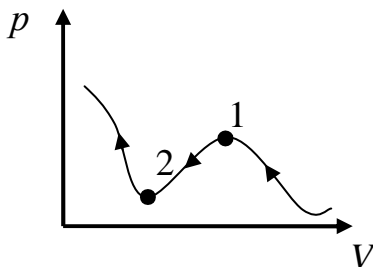


Рис. 20

У ізотерми ВдВ при $T < T_{кр}$ є область, де газ веде себе неприродним чином. При стисканні в області між точками 1 і 2 зменшення об'єму супроводжується і зменшенням тиску. Однорідної речовини з такими властивостями бути не може. Тому у вказаній області речовина стає неоднорідною, тобто розшаровується на дві фази (газову і рідинну).

На дослідній ізотермі реального газу у точці 1 речовина розшаровується на дві фази – рідинну і газову. По мірі зменшення об'єму йде конденсація, у точці 2 конденсація закінчується і далі – стиск рідини.

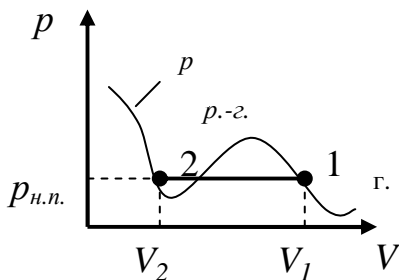


Рис. 21

Дослідні ізотерми ВдВ добре співпадають з теоретичними на ділянках, які відповідають однорідним станам речовини.

У станах, які відповідають горизонтальній ділянці, спостерігається рівновага між рідкою і газовою фазами. Газ, який знаходиться у рівновазі зі своєю рідиною, називається насиченою парою, а тиск при цьому $p_{н.п.}$ - тиск насиченої пари. Цей тиск зростає з температурою.

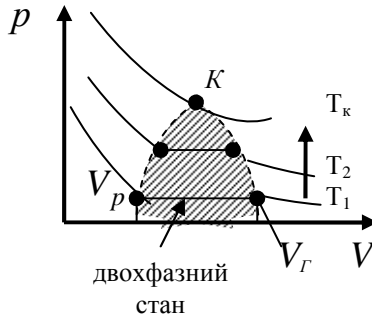


Рис. 22

З збільшенням температури горизонтальна ділянка скорочується і стягується у точку при критичній температурі. Відповідно зменшується відмінність у густинях рідини і насиченої пари. При критичній температурі ця відмінність повністю зникає і речовина стає однорідною.

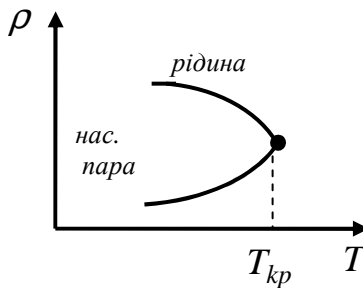


Рис. 23

Поняття критичної температури було введено у 1860 р. Менделєєвим. Він назвав її температурою абсолютного кипіння,

при якій зникають сили притягання між молекулами і рідина перетворюється на пару, незалежно від тиску і зайнятого об'єму.

Колоколоподібна крива і критична ізотерма поділяють діаграму (p, V) на три області рівноважних станів. На них виділена область, яка позначена буквою "п", яка називається областю пари.

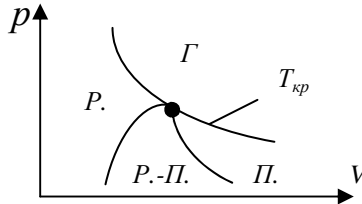


Рис. 24

.Будь-який стан з цієї області відрізняється від стану, який лежить в області "Г"(газ) тим, що при ізотермному стисканні речовина, що знаходиться в такому стані, зазнає процес зрідження, на відміну від стану "Г".

ГЛАВА 2. Твердий стан

ТЕМА 1. Кристали

1. Відмінні риси кристалового стану

Більшість твердих тіл мають кристалічну будову. Майже всі мінерали і всі метали в твердому стані є кристалами.

Характерна особливість кристалічного стану, яка відрізняє його від рідинного і газового станів, є анізотропія, тобто відмінність ряду властивостей (механічних, теплових, електричних, оптичних) по різних напрямках. Тіла, властивості яких однакові по всім напрямкам, називаються ізотропними. Ізотропні крім газів і майже всіх рідин також аморфні тіла.

Анізотропія кристалів обумовлена впорядкованим розташуванням частинок (атомів, іонів, молекул), з яких вони побудовані.

Структурні елементи кристалу (атоми, іони, молекули) розташовуються в вузлах геометрично правильної просторової ґратки, яка називається кристалічною ґраткою. Весь кристал може бути отриманий шляхом багаторазового повторення у трьох різних напрямках елементарної кристалічної комірки.

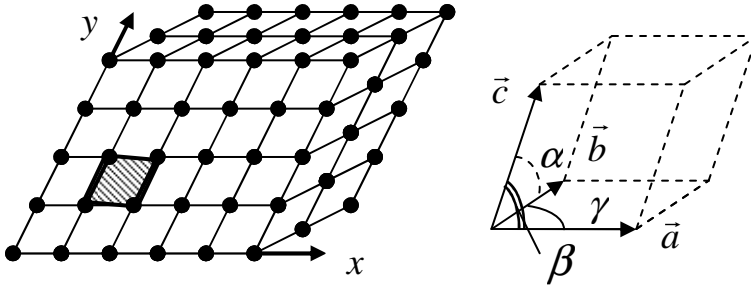


Рис. 1

Кристалічна комірка уявляє собою паралелепіпед, побудований на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, модулі яких a, b, c дорівнюють періодам ідентичності. З такими періодами кристалічна ґратка повторюється у трьох напрямках. Крім ребер a, b, c комірка характеризується трьома кутами α, β, γ між ребрами. Величини $\{a, b, c, \alpha, \beta, \gamma\}$ визначають елементарну комірку і називаються її параметрами.

Вузли кристалічної ґратки – це рівноважні положення частинок, які утворюють кристал.

Кристалічна ґратка може мати різні види симетрії – це властивість співпадати сама з собою при певних просторових переміщеннях. Будь-яка ґратка має трансляційну симетрію – тобто співпадає сама з собою при переміщенні на період ідентичності a, b, c . Є поворотна симетрія – при повороті на деякий кут ґратка переходить сама в себе.

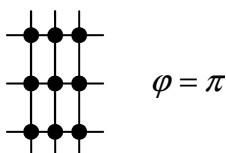
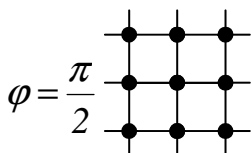


Рис. 2

В залежності від форми елементарної комірки всі кристали поділяються на сім (7) кристалографічних систем (сингоній), кожна з яких має свою сукупність елементів симетрії.

Саму низьку симетрію має триклинна система. У неї всі ребра, всі кути елементарної комірки різні: $a \neq b \neq c, \alpha \neq \beta \neq \gamma$. Елементарна комірка має форму косокутового паралелепіпеда.

Саму високу симетрію мають кристали кубічної системи. У неї всі ребра однакові, а всі кути – прямі $a = b = c, \alpha = \beta = \gamma = \pi / 2$. Елементарна комірка має форму куба. Висока симетрія призводить до того, що у відношенні багатьох фізичних властивостей кристали кубічної системи поведуть себе як ізотропні тіла.

2. Фізичні типи кристалів

В залежності від виду частинок, що розміщуються в вузлах кристалічної ґратки, і від характеру сил взаємодії між частинками розрізняють чотири типи кристалічних ґраток і,

відповідно, чотири типи кристалів: іонні, атомні, металеві і молекулярні.

а) Іонні кристали.

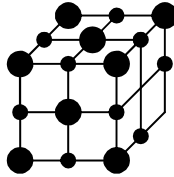


Рис. 3

В вузлах кристалічної ґратки розміщені іони різних знаків. Сили взаємодії між ними – електростатичні (кулонівські) сили притягання між протилежно зарядженими іонами. Цей зв'язок носить назву гетерополярного, або іонного. Типовий приклад іонної ґратки – ґратка кам'яної солі (NaCl). Ця ґратка належить до кубічної системи (див. рис.). З рисунка видно, що найближчими сусідами іона є іони протилежного знаку. Увесь кристал в цілому можливо розглядати як одну гігантську молекулу.

б) Атомні кристали. В вузлах кристалічної ґратки розміщуються нейтральні атоми. Зв'язок, що поєднує в кристалі нейтральні атоми, називається гомеополярним або ковалентним.

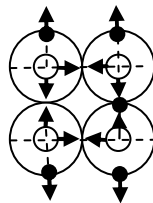


Рис. 4

Ковалентний зв'язок здійснюється електронними парами по одному від кожного атома. Тому ковалентний зв'язок має направлений характер, він спрямований на атом, з яким у даного атома є сумісна електронна пара. Ковалентний зв'язок здійснюється тільки валентними електронами (тобто найслабше зв'язаними з атомом електронами).

Приклади атомних кристалів – алмаз і графіт. Це кристали тотожні за хімічним складом (вони побудовані з атомів вуглецю), але відрізняються будовою кристалічної ґратки. На цьому прикладі виразно видно вплив кристалічної структури на властивості речовини: алмаз – самий твердий мінерал, графіт – навпаки, м'який і легко кришиться.

в) Металеві кристали. В вузлах кристалічної ґратки розміщуються позитивні іони металу.

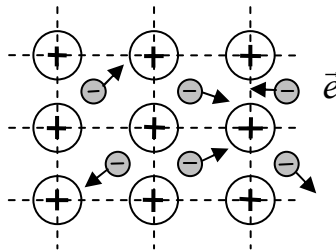


Рис. 5

Між ними хаотично, подібно молекулам газу, рухаються електрони, які відщепилися від атомів при кристалізації. Ці електрони відіграють роль цементу, який утримує разом позитивні іони. Негативний просторовий заряд електронів компенсує сили відштовхування між позитивними іонами і тим самим утворюється міцне металеве тіло. Разом з тим і електрони утримуються іонами в межах кристалічної ґратки.

г) Молекулярні кристали. В вузлах кристалічної ґратки розміщуються певним чином орієнтовані молекули (тому цей зв'язок називається орієнтаційним). Сили зв'язку між молекулами в кристалі мають ту ж природу, що і сили притягнення між молекулами газу, тому їх називають ще вандерваальсовими силами.

Молекулярні ґратки утворюють, наприклад, вода-лід (H_2O), вуглекислота (CO_2) – сухий лід.

3. Тепловий рух у кристалах

Вузли кристалічної ґратки визначають рівноважні (середні) положення частинок, які утворюють кристал. Самі ж частинки безперервно коливаються навколо цих середніх положень, при цьому, інтенсивність коливань зростає з температурою. Таким чином, тепловий рух у кристалах є коливальний рух.

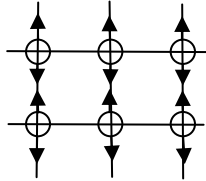


Рис. 6

Сили притягання між частинками, що утворюють кристал, на достатньо малих відстанях змінюються на швидко зростаючі з зменшенням відстані сили відштовхування. Це справедливо і для різнойменних іонів, так як при сильному наближенні електронних оболонок іонів починають сказуватися сили відштовхування електронних оболонок.

Взаємодія між частинками будь-якого виду у кристалі може бути представлена потенціальною кривою (див. рис., де r - відстань між частинками).

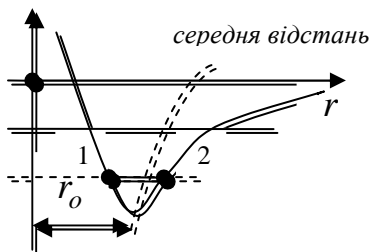


Рис. 7

Потенціальна крива несиметрична відносно мінімуму. При заданій енергії \mathcal{E}_1 частинка здійснює коливання між точками 1 і 2. Вийти на заштриховані ділянки частинка не може, т. е. там

$\mathcal{E}_p > \mathcal{E}$, тобто $\mathcal{E}_k < 0$, того не може бути. r_0 - середня між точками 1 і 2.

З збільшенням температури зростає енергія частинок ($\mathcal{E} = \frac{i}{2}kT$), зростає амплітуда коливань і все сильніше виявляється несиметрія кривої для \mathcal{E}_p .

Це призводить до зростання середніх відстаней r_0 між частинками і, отож, к збільшенню розмірів (об'єму) кристалу. Так пояснюється теплове розширення кристалів.

ГЛАВА 3. Рідинний стан

ТЕМА 1. Молекулярно-кінетична теорія рідин

1. Будова рідин

Рідинний стан займає проміжкові положення між газами і кристалами і поєднує у собі деякі риси обох цих станів. Зокрема, для рідин, як для кристалічних тіл. характерна наявність певного об'єму і поряд з тим рідина, подібно газу, приймає форму посуду.

Для кристалічного стану характерне впорядкування розміщення частинок (атомів і молекул), в газах спостерігається повний хаос. По характеру розміщення частинок (молекул) рідини також займають середнє становище. Для рідин притаманний так званий близький порядок в розташуванні молекул. Це означає, що по відношенню до будь-якої молекули розміщення тільки найближчих до неї сусідніх молекул є впорядкованим, а по мірі віддалення від даної молекули розташування по відношенню до неї других молекул стає все менш впорядкованим і досить швидко порядок у розташуванні молекул повністю зникає. У кристалах має місце далекий порядок у розташуванні частинок – впорядковане розміщення частинок по відношенню до будь-якої частинки спостерігається у межах значного об'єму.

Проміжкове положення рідин між кристалами і газами обумовлює ті обставини, що рідинний стан є особливо складним по своїм властивостям. Тому його теорія значно менш розвинута, порівняно з кристалами і газами.

Тепловий рух молекул у рідинах також поєднує у собі елементи руху молекул газу і кристала. Кожна молекула рідини на протязі певного часу коливається навколо певного положення рівноваги.

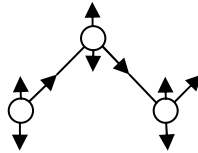


Рис. 1

Час від часу молекула змінює місце рівноваги, стрибком переміщується у нове положення рівноваги, яке відстоїть від попереднього на відстані порядку кількох розмірів самих молекул. Таким чином молекули лише повільно переміщуються у рідині, перебуваючи частину часу навколо певних місць.

Середня тривалість коливального руху для кожної рідини є певною величиною, яка швидко зменшується при зростанні температури. У зв'язку з цим при підвищенні температури сильно зростає рухомість молекул, що в свою чергу тягне за собою зменшення внутрішнього тертя рідини.

2. *Поверхневий натяг*

Молекули рідини розміщуються настільки близько одна до одної, що сили притягання між ними мають значну величину. Ці сили швидко зменшуються з відстанню і, починаючи з деякої відстані ними можливо знехтувати. Ця відстань називається r - радіусом молекулярної дії, а сфера цього радіусу – сферою молекулярної дії. Радіус молекулярної дії має величину порядку кількох ефективних діаметрів молекули.

Можливо вважати, що кожна молекула зазнає притягання з боку усіх сусідніх з нею молекул, які знаходяться у сфері молекулярної дії.

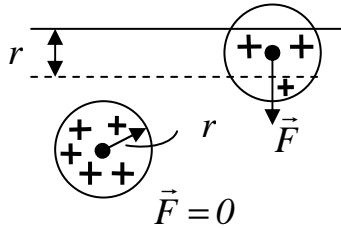


Рис. 2

Рівнодіюча усіх цих сил для молекули, яка знаходиться од поверхні на відстані більше r дорівнює нулю. На кожную молекулу, яка знаходиться у поверхневому шарі товщиною r , діє сила, яка направлена у середину рідини.

Перехід молекули з глибини у поверхневий шар пов'язаний з необхідністю виконання роботи проти сил, діючих у поверхневому шарі. Ця робота виконується за рахунок запасу кінетичної енергії молекули і йде на збільшення її потенціальної енергії. Тому поверхневий шар рідини має додаткову потенціальну енергію, яка називається поверхневою енергією і входить складовою частиною до внутрішньої енергії рідини.

Внаслідок наявності поверхневої енергії рідина намагається скоротити свою поверхню у результаті чого по поверхні рідини діють сили поверхневого натягу. Вони направлені по дотичній до поверхні рідини і по нормалі до контура рідини, по якому вони діють (контур рідини – це межа між рідиною і твердим тілом).

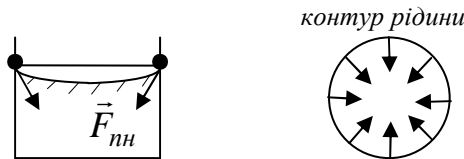


Рис. 3

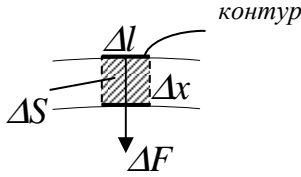


Рис. 4

Коефіцієнт поверхневого натягу

$$\alpha = \frac{\Delta F}{\Delta l}$$

– це сила поверхневого натягу, що діє на одиницю довжини контура, вимірюється в Н/м в СІ.

$$\alpha = \frac{\Delta F}{\Delta l} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta x} = \frac{\Delta A}{\Delta S}, \quad \Delta S = \Delta l \Delta x,$$

Δx - переміщення контура, ΔA - робота по переміщенню.

Робота ΔA йде на збільшення поверхневої енергії

$$\Delta A = \Delta E_{нов},$$

$$\alpha = \frac{\Delta E_{нов}}{\Delta S}. \quad (\text{Дж/м}^2)_{\text{СІ}}$$

Тобто коефіцієнт поверхневого натягу одночасно визначає поверхневу енергію, що припадає на одиницю площі поверхні рідини і вимірюється в СІ ще в Дж/м².

Таким чином, внутрішня енергія рідини складається з об'ємної $U_{об}$ і поверхневої $E_{нов}$

$$U_{рідини} = U_{об} + E_{нов} = U_{об} + \alpha S,$$

де S - площа поверхні рідини.

3. *Тиск під викривленою поверхнею рідини*

Якщо поверхня рідини не плоска, то намагання рідини скоротити свою поверхню призведе до виникнення тиску, додаткового до того, що отримує рідина з плоскою поверхнею.

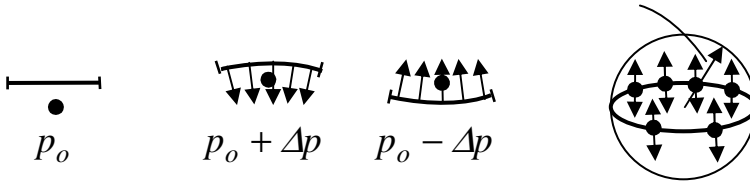


Рис. 5

Обчислимо додатковий тиск Δp для сферичну поверхні рідини радіуса R . Для цього переріжмо сферичну краплю рідини діаметральною площиною на дві півкулі. Внаслідок поверхневого натягу обидві півкулі притягаються одна до одної з силою

$$F = l\alpha = 2\pi R^2 \alpha.$$

Ця сила притискує півкулі по поверхні $S = \pi R^2$.

Тому додатковий тиск

$$\Delta p = \frac{F}{S} = \frac{2\alpha}{R} = 2\rho\alpha,$$

де $\rho = \frac{1}{R}$ - кривина сфери (1/м).

У загальному випадку середня кривина поверхні

$$\rho_{сер} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

де R_1 і R_2 - радіуси кривини будь-якої пари взаємно перпендикулярних нормальних перерізів. R_1 і R_2 - алгебраїчні величини, $R > 0$ якщо центр кривини нормального перерізу знаходиться під поверхнею (опуклість), і $R < 0$ - для вгнутості.

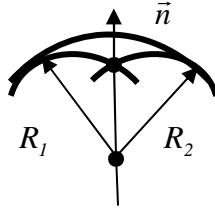


Рис. 6

Тому у загальному випадку

$$\Delta p = 2 \rho_{\text{ср}} \alpha .$$

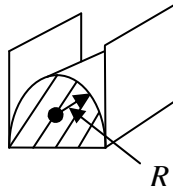


Рис. 7

Для циліндричної поверхні рідини $\rho_{\text{ср}} = \frac{l}{2R}$ і додатковий тиск у два рази менший, порівняно з сферою того ж радіуса.

4. Явища на межі рідини і твердого тіла

Усе сказане об умовах, в яких знаходяться молекули поверхневого шару рідини, цілком відноситься і до твердих тіл. Отже, тверді тіла як і рідини мають поверхневий натяг.

На межі розподілу двох середовищ поверхнева енергія середовища залежить не тільки від його властивостей, но і від властивостей тієї речовини, з якою вона має спільну межу. Строго говорячи, потрібно розглядати сумарну поверхневу енергію α_{12} двох речовин з спільною межею.

Якщо граничать одразу три речовини – тверда, рідка і газоподібна, то уся система приймає конфігурацію, яка відповідає мінімуму сумарної потенціальної енергії.

При цьому контур рідини розташовується так, що сума проєкцій усіх прикладених до кожного елемента контуру сил поверхневого натягу на напрям дотичної до поверхні твердого тіла, дорівнює нулю.

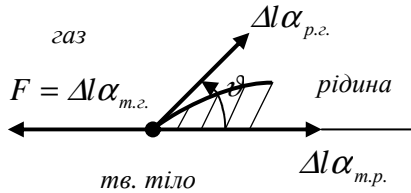


Рис. 8

$$\sum_{i=1}^3 F_{\tau_i} = 0, F_i = \Delta l \cdot \alpha.$$

В результаті

$$\Delta l \alpha_{T,\Gamma} = \Delta l \alpha_{T,P} + \Delta l \alpha_{P,\Gamma} \cos \vartheta,$$

ϑ - межовий кут, відраховується в середині рідини. Відкіля

$$\cos \vartheta = \frac{\alpha_{T,\Gamma} - \alpha_{T,P}}{\alpha_{P,\Gamma}}.$$

Межовий кут визначається тільки за умови

$$\frac{|\alpha_{T,\Gamma} - \alpha_{T,P}|}{\alpha_{P,\Gamma}} \leq 1. \quad (1)$$

Якщо $0 < \vartheta < \frac{\pi}{2}$ - то часткове змочування, $\frac{\pi}{2} < \vartheta < \pi$ -

то часткове незмочування.

Якщо умова (1) не виконується, тобто

$$|\alpha_{T,\Gamma} - \alpha_{T,P}| > \alpha_{P,\Gamma},$$

то ні за якого куту ϑ не встановлюється рівновага. Це має місце у двох випадках:

1). $\alpha_{T,\Gamma} > \alpha_{T,P} + \alpha_{P,\Gamma}$.

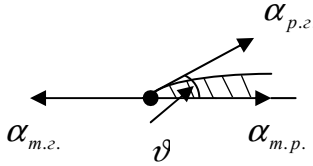


Рис. 9

Яким малим не був би кут ϑ сила $\alpha_{T,\Gamma}$ перевищує дві інші. Рідина при цьому необмежено розтікається по поверхні твердого тіла і має місце повне змочування.

2). $\alpha_{T,P} > \alpha_{T,\Gamma} + \alpha_{P,\Gamma}$.

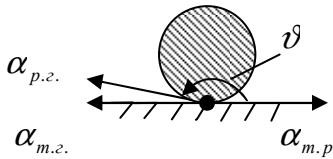


Рис. 10

Яким би не був близьким до π кут ϑ , сила $\alpha_{T,P}$ перевищує дві другі. У цьому випадку спільна поверхня рідини і твердого тіла стягується у точку і має місце повне незмочування.

5. Капілярні явища

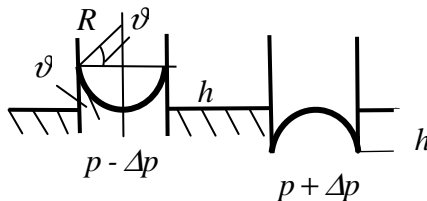


Рис. 11

Тиск під меніском відрізняється від тиску під плоскою поверхнею. В результаті рівень рідини в капілярі при змочуванні буде вище, а при незмочуванні нижче ніж у широкому посуді.

Рівновага між рідиною в капілярі і у широкому посуді

$$\Delta p = \rho gh, \frac{2\alpha}{R} = \rho gh, R = \frac{r}{\cos \vartheta}.$$

Тоді

$$h = \frac{2\alpha \cos \vartheta}{\rho gr},$$

якщо рідина змочує $\vartheta < \frac{\pi}{2}$, $\cos \vartheta > 0$ і $h > 0$, r - радіус капіляра, R - радіус меніска.

ГЛАВА 4. Термодинаміка

ТЕМА 1. Закони термодинаміки.

Основу термодинаміки утворюють два закони. Перший закон встановлює кількісні співвідношення, які мають місце при перетворенні енергії з одних видів в інший. Другий закон визначає умови за яких можливі це перетворення.

1. Оборотні процеси.

У термодинаміці велику роль відіграють поняття рівноважного стану і оборотного процесу.

Оборотним називається процес, який можливо провести у оберненому напрямі так, що система проходить крізь тіж самі стани, що і при прямій ході, але у зворотній послідовності.

Оборотні процеси мають таку властивість: якщо при прямій ході на деякій елементарній дільниці система отримує тепло ΔQ і виконує роботу ΔA , то при оберненій ході на цій

дільниці система віддає тепло $dQ' = dQ$ і над нею виконується робота $dA' = dA$.

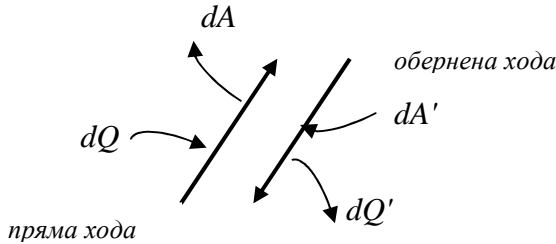


Рис. 1

Після протікання оборотного процесу в прямому, а потім у оберненому напрямках і повернення системи у початковий стан в оточуючих систему тілах не повинно залишатися будь яких змін.

Обернені процеси – це процеси за яких система повертається назад крізь інші стани, ніж при прямій ході.

Коловими процесами називаються процеси, за якими система після ряду змін повертається у початковий стан. На графіку цикл зображується замкнутою кривою.

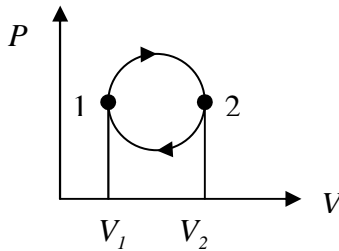


Рис. 2

Робота за цикл на координатній площині (p, V) чисельно дорівнює площі, яке охоплюється кривою циклу.

Робота за цикл

$$A = A_{12} + A_{21}.$$

При прямому циклі (за годинниковою стрілкою)

$$A_{12} > 0, A_{21} < 0, A_{12} > |A_{21}|.$$

В результаті $A > 0$, тобто при прямому циклі робота за цикл позитивна, а при оберненому – негативна.

2. ККД тепловою машини.

Будь-яка тепла машина уявляє собою систему, яка виконує деякий круговий процес (цикл). У ході циклу робоча речовина спочатку розширюється, а потім знову стискається.

Щоб робота за цикл була більш нуля (тобто щоб був прямий), тиск у процесі розширення повинен бути більшим ніж при стисканні. При цьому крива розширення буде лежати вище кривої стискання. Для цього робочій речовині в ході розширення потрібно надавати тепло, а в ході стискання віднімати від нього тепло.

Тому будь-який тепловий двигун складається з трьох структурних елементів – робоча речовина, нагрівач, охолоджувач.

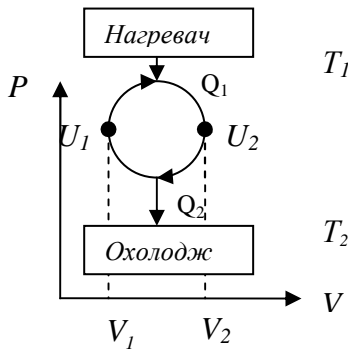


Рис. 3

Для прямого циклу $A > 0$

$$A = A_{12} + A_{21}$$

1). при розширенні

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_{12}, \quad (1)$$

2). при стисканні

$$-Q_2 = U_1 + U_2 + A_{21}, \quad (2)$$

Додаючи (1) і (2), отримуємо

$$Q_1 - Q_2 = A_{12} + A_{21} = A.$$

Не все отримане тепло використовується для виконання корисної роботи. Частина повинна бути повернута у зовнішнє середовище.

Коефіцієнт корисної дії (ККД)

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < 1.$$

3. Другий закон термодинаміки

Грубе формулювання: неможливий само свавільний перехід тіла від тіла менш нагрітого до тіла більш нагрітого.

Коректне формулювання: заборонені процеси, єдиним і кінцевим результатом яких є перехід тепла від тіла менш нагрітого до тіла більш нагрітого.

Якщо перехід тепла від менш нагрітого до більш нагрітого не є єдиним і кінцевим результатом цього процесу, то такий перехід можливий. Наприклад у холодильнику тепло відбирається від менш нагрітих тіл у камері холодильника і передається більш нагрітим тілам оточуючого середовища, но це не є єдиним і кінцевим результатом цього процесу. При цьому компресор холодильника виконує механічну роботу.

4. Цикл Карно і його ККД

З'ясуємо, з яких процесів повинен складатися оборотний цикл, в ході якого система вступає в теплообмін з двома

тепловими резервуарами при температурах T_1 і T_2 .

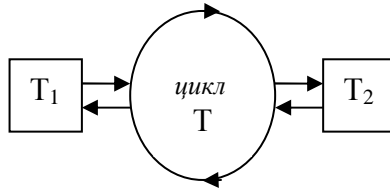


Рис. 4

Стрілочки у обидві боки показують, що процеси теплообміну оборотні.

Як це впливає з другого закону термодинаміки, єдиним оборотним процесом, який супроводжується теплообміном з тепловим резервуаром з сталою температурою, є ізотермний процес, який протікає при температурі резервуару.

Отже, оборотний цикл повинен складатися із двох ізотерм $T = T_1$ і $T = T_2$ і двох адіабат. Такий цикл було введено Карно і він отримав його ім'я. Адіабати ідуть крутіше ніж ізотерми, тому вони замикають цикл.

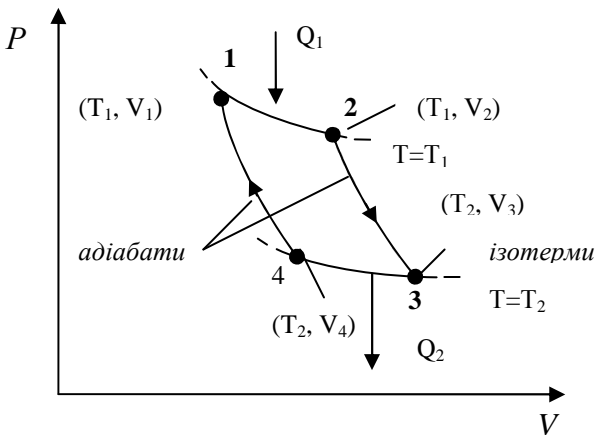


Рис. 5

При ізотермному процесі

$$U = \text{const}, \Delta U = 0, Q_1 = A_{12},$$

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \frac{m}{\mu} RT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Таким чином для ізотермних процесів

$$\text{перехід } 1 \rightarrow 2 \quad Q_1 = A_{12} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1},$$

$$\text{перехід } 3 \rightarrow 4 \quad Q_2 = A_{34} = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

Для адіабатних процесів $TV^{\gamma-1} = \text{const}$

$$\text{перехід } 2 \rightarrow 3 \quad T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1},$$

$$\text{перехід } 4 \rightarrow 1 \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}.$$

Відсіля

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4},$$

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Отже, ККД циклу Карно визначається тільки температурами нагрівача і охолоджувача.

ТЕМА 2. Ентропія і її властивості

1. Нерівність Клаузіуса

На цьому етапі виникає відрив від теплових двигунів і отримання загальних термодинамічних співвідношень.

Справедливі два твердження:

1. ККД усіх оборотних теплових машин, які працюють в ідентичних умовах (при однакових температурах нагрівача і охолоджувача) – однаковий (це випливає з формули

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

2. ККД необоротної машини завжди менший ніж оборотної, яка працює у тих же умовах, так як повна робота при необоротному циклі менш, ніж при оборотному. Крім того у необоротних машинах виконується робота проти сил тертя.

З цих двох тверджень випливає нерівність

$$\frac{Q_1 - Q'_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (1)$$

де знак "=" – для оборотної машини, знак "<" – для необоротної машини.

Співвідношення (1) справедливо також для будь-якої системи тіл, яка виконує оборотний або необоротний цикл.

З формули (1) випливає

$$\frac{Q'_2}{Q_1} \geq \frac{T_2}{T_1}, \quad \frac{Q'_2}{T_2} \geq \frac{Q_1}{T_1}, \quad \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q'_2}{T_2} \leq 0. \quad (2)$$

Тут Q_1 - тепло, яке отримується системою, Q'_2 - тепло, яке система віддає – арифметичні величини, тобто >0 .

Введемо Q_i - тепло, яке отримується системою, як алгебраїчну величину. Тобто, якщо $Q_i > 0$ тепло отримується, якщо $Q_i < 0$ - тепло віддається системою.

Тоді - $Q'_2 = Q_2$ і нерівність (2) набуває вигляду

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0. \quad (3)$$

Це і є нерівність Клаузіуса. Величина $\frac{Q}{T}$ має назву зведеної кількості теплоти.

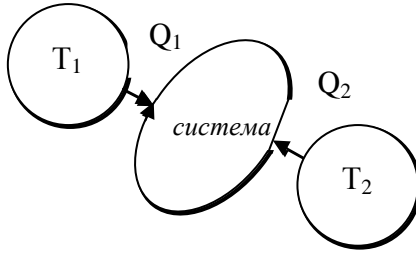


Рис. 6

Сума зведених кількостей теплоти, які отримуються системою за цикл, дорівнює нулю, якщо цикл оборотний, і менш нуля, якщо цикл необоротний.

Якщо система у ході циклу вступає у теплообмін не з двома, а з N тілами, то нерівність має вигляд

$$\sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{T_i} \leq 0.$$

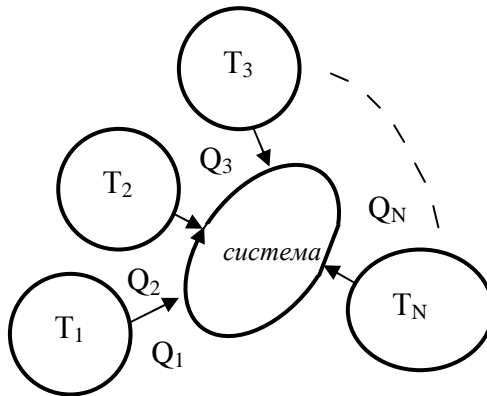


Рис. 7

Якщо при передачі тепла температура тіла змінюється, то цикл розбивається на елементарні процеси.

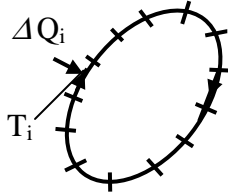


Рис. 8

Тоді

$$\sum_{(i)} \frac{\Delta Q_i}{T_i} \leq 0.$$

Строго говорячи

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

- інтеграл по циклу.

2. Ентропія

Суму зведених кількостей теплоти можливо утворити не тільки для циклу, але і для будь-якого не кругового процесу. Візьмемо оборотний цикл і виділімо на ньому два будь-яких стани 1 і 2.

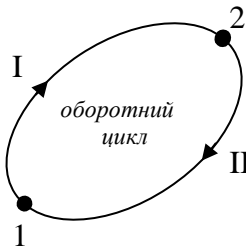


Рис. 9

$$\sum_{(\text{цикл})} \frac{\Delta Q}{T} = 0,$$

$$\sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (I)}} \frac{\Delta Q}{T} + \sum_{\substack{2 \rightarrow 1 \\ (II)}} \frac{\Delta Q}{T} = 0.$$

Якщо змінити напрямок переходу, то в силу оборотності процесу сума змінює знак. Тобто

$$\sum_{\substack{2 \rightarrow 1 \\ (II)}} \frac{\Delta Q}{T} = - \sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (I)}} \frac{\Delta Q}{T}.$$

Тому

$$\sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (I)}} \frac{\Delta Q}{T} - \sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (II)}} \frac{\Delta Q}{T} = 0.$$

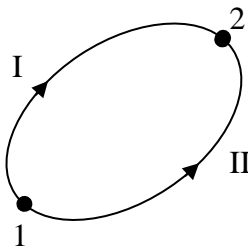


Рис. 10

Відкіля

$$\sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (I)}} \frac{\Delta Q}{T} = \sum_{\substack{1 \rightarrow 2 \\ (II)}} \frac{\Delta Q}{T}$$

для будь-якого переходу $1 \rightarrow 2$ (оборотного).

Таким чином, сума зведених кількостей теплоти, які отримуються системою при оборотному переході не залежить від шляху, за яким виконується перехід, а залежить тільки від початкового і кінцевого станів.

Сказано справедливо для будь-якої функції стану, тобто фізичної величини, яка однозначно визначається станом системи. Для функції стану

$$\sum_{1 \rightarrow 2} \Delta f(\text{стану}) = f(2) - f(1)$$

і не залежить від шляху переходу.

Функціями стану є

1. потенціальна енергія системи

$$\sum_{1 \rightarrow 2} \Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}.$$

2. внутрішня енергія системи

$$\sum_{1 \rightarrow 2} \Delta U = U_2 - U_1$$

От же при оборотному процесі $\frac{\Delta Q}{T}$ є приростом функції стану, яка отримала назву ентропії системи

$$\left(\frac{\Delta Q}{T} \right)_{\text{обор}} = \Delta S.$$

Таким чином, ентропія системи – це функція стану, приріст якої при оборотному процесі дорівнює зведеній кількості теплоти, отриманої системою.

Тоді

$$\sum_{1 \rightarrow 2} \frac{\Delta Q}{T} = \sum_{1 \rightarrow 2} \Delta S = S_2 - S_1,$$

(обор)

або строго

$$\int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 dS = S_2 - S_1.$$

3. Властивості ентропії

Розглянемо цикл, який складається з оборотної і необоротної гілок. Т. е. в цілому цикл необоротний

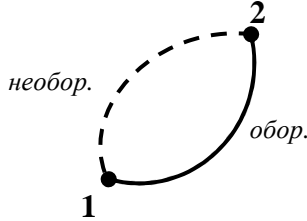


Рис. 11

$$\sum_{(\text{цикл})} \frac{\Delta Q}{T} < 0,$$

$$\sum_{1 \rightarrow 2} \frac{\Delta Q}{T} + \sum_{2 \rightarrow 1} \frac{\Delta Q}{T} < 0$$

(необ) (обор)

Для оборотного процесу

$$\sum_{2 \rightarrow 1} \frac{\Delta Q}{T} = S_1 - S_2.$$

(обор)

Тому

$$\sum_{1 \rightarrow 2} \frac{\Delta Q}{T} + (S_1 - S_2) < 0$$

(необор)

Відкіля

$$S_2 - S_1 > \sum_{1 \rightarrow 2} \frac{\Delta Q}{T},$$

(необор)

а для оборотного

$$S_2 - S_1 = \sum_{1 \rightarrow 2} \frac{\Delta Q}{T}.$$

(необор)

Об'єднуючи ці дві формули в одну

$$S_2 - S_1 \geq \sum_{1 \rightarrow 2} \frac{\Delta Q}{T},$$

або у вигляді

$$\sum_{1 \rightarrow 2} \Delta S \geq \sum_{1 \rightarrow 2} \frac{\Delta Q}{T}, \quad (1),$$

де знак "=" для оборотного процесу, знак ">" для необоротного процесу.

Це співвідношення повинні виконуватися для будь-якого елементарного процесу.

$$\Delta S \geq \frac{\Delta Q}{T}, \text{ або } dS \geq \frac{dQ}{T}$$

Для ізольованої системи $dQ = 0$ і

$$dS \geq 0. \quad (2)$$

З формули (2) випливають два закони.

1. Закон збільшення ентропії.

Ентропія ізольованої системи, в якій протікають необоротні процеси, зростає.

2. Закон збереження ентропії.

Ентропія ізольованої системи, в якій протікають оборотні процеси, зберігається.

Фізичний зміст ентропії розкрив Больцман. Він вивів формули

$$S = k \ln W,$$

де W - термодинамічна ймовірність системи. Вона характеризує кількість різних способів, якими можливо здійснити даний стан.

Таким чином ентропія міра хаосу (безладу) у системі.

При абсолютному нулю ентропія сягає нуля

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0$$

- 3-й закон термодинаміки.

Відкіля

$$S = \int_0^T \frac{dQ}{T},$$

для оборотного переходу.

Отже оборотний адіабатний процес протікає при сталій ентропії. Лінія сталої ентропії називається ізентропою.

Таким чином можливо сказати, що цикл Карно складається з двох ізотерм і двох ізентроп. На діаграмі (T, S) цикл Карно має вигляд прямокутника.

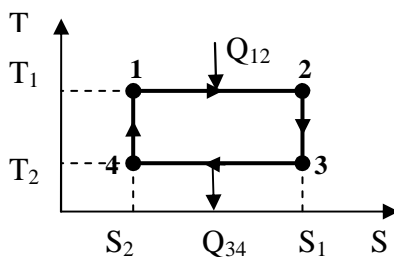


Рис. 11

При оборотному переході

$$\Delta Q = T \Delta S.$$

Отже кількість тепла, отриманого при оборотному ізотермному переході

$$Q = T(S_2 - S_1),$$

де S_1 - початкова ентропія, S_2 - кінцева.

Тоді для циклу Карно

$$Q_{12} = T_1(S_1 - S_2), \quad Q_{34} = T_2(S_2 - S_1).$$

Теплота отримана за цикл

$$Q = Q_{12} + Q_{34} = (T_1 - T_2)(S_1 - S_2),$$

тобто вона дорівнює площі циклу.

Співвідношення $dS \geq 0$, яке означає, що ентропія не може зменшуватися, відноситься тільки для ізольованих систем. Якщо система обмінюється теплом з зовнішнім середовищем, то її ентропія може вести себе будь-яким чином. У випадку, якщо система віддає тепло зовнішнім тілам ($dQ < 0$), ентропія системи зменшується.

Для оборотного ізотермічного процесу зміна ентропії

$$S_2 - S_1 = \sum_{1 \rightarrow 2} \frac{\Delta Q}{T} = \frac{1}{T} \sum \Delta Q = \frac{Q_{12}}{T}.$$

Якщо $Q_{12} < 0$, то $S_2 < S_1$, і ентропія зменшується.

4. Вільна і зв'язана енергія системи

Обчислимо роботу, яка виконується при оборотному ізотермному процесі

$$dA = dQ - dU.$$

Про оборотному процесі $dQ = TdS$. Тому

$$dA = TdS - dU = d(TS - dU),$$

т. к. процес ізотермний ($T = \text{const}$)

$$dA = -d(U - TS) = -dF, \quad (1),$$

де

$$F = U - TS, \quad (2)$$

Робота дорівнює зменшенню величини F , яка є функцією стану і називається вільною енергією. Вона уявляє собою ту частину внутрішньої енергії, яка перетворюється в роботу при оборотних ізотермних процесах.

$$TS = U - F, \quad (3)$$

- зв'язана енергія.

Інтегруючи формулу (1) отримуємо

$$(A_{12})_{\text{ізотери}} = F_1 - F_2.$$

Для адіабатного процесу $dQ = 0$ і $dS = 0$, тоді

$$(A_{12})_{\text{адіабат}} = U_1 - U_2.$$

Тобто при ізотермних процесах роль внутрішньої енергії переходить до вільної енергії.

РОЗДІЛ 3
ЕЛЕКТРОСТАТИКА
ТЕМА 1. Електричне поле у вакуумі
1. Заряди. Закон Кулона

Електричний заряд – невід’ємна властивість деяких елементарних частинок. Елементарна частинка при народженні отримує три характеристики

$$\{m, e, s\},$$

де m - маса, e - заряд, s - спин (власний момент імпульсу).

Елементарний заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Макроскопічний заряд $q = Ne$.

Електричні заряди виникають і зникають попарно. Звідси впливає закон збереження заряду: у електричне ізолюваній системі сумарний заряд є сталою величиною.

Сила взаємодії між двома точковими зарядами визначається законом Кулона

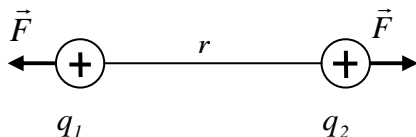


Рис. 1

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}.$$

Коефіцієнт пропорційності k залежить від вибору одиниці вимірювання заряду q . У системі СІ $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$,

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична стала.

2. Електричне поле. Напруженість

Взаємодія між зарядами, що покояться, здійснюється через електричне поле. Електричне поле – це форма матерії, яка породжується зарядженими тілами і здійснює взаємодію між ними.

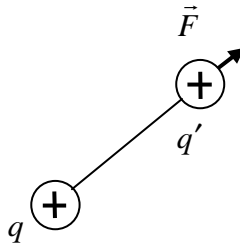


Рис. 2

Напруженість \vec{E} – силова характеристика електричного поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'}$$

Напрямок вектора \vec{E} співпадає з напрямком сили, що діє на позитивний заряд. З закону Кулона випливає формула для напруженості поля точкового заряду.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

Для електричних полів виконується принцип суперпозиції (принцип накладання)

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N$$

Електричне поле можливо зобразити, якщо вказати для кожної точки поля величину і напрямок вектора \vec{E} . Сукупність цих векторів утворює поле вектора напруженості.

Більш зручніше електричні поля зображувати за допомогою ліній напруженості:

- 1) вони починаються на позитивних і закінчуються на негативних зарядах, або йдуть на нескінченність, чи приходять з нескінченності;
- 2) у кожній точці вектор \vec{E} направлений по дотичної до лінії напруженості;
- 3) густина ліній напруженості пропорційна самій напруженості.

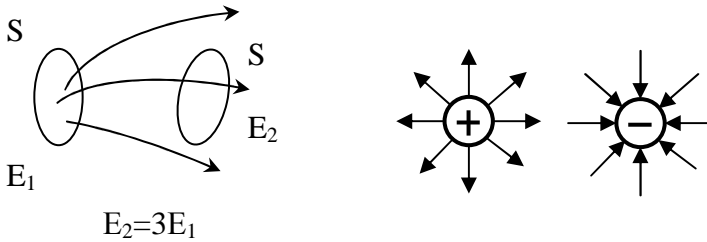


Рис. 3

Кількість ліній напруженості крізь сферу радіуса r

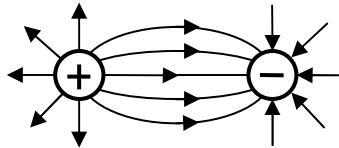


Рис. 4

$$N = 4\pi r^2 E(r) = 4\pi r^2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{q}{\epsilon_0} = const.$$

Тобто лінії напруженості ніде крім заряду не розпочинаються і не закінчуються.

3. Потенціал електричного поля

Визначимо роботу сил електричного поля по переміщенню заряду q' в полі точкового заряду q .

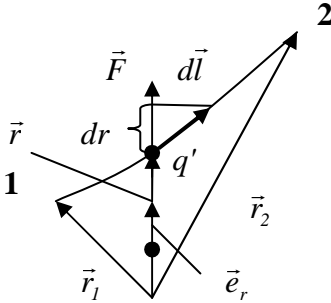


Рис. 5

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qq'}{r^2} \vec{e}_r = F(r)\vec{e}_r,$$

\vec{e}_r - одиничний вектор.

$$A_{12} = \int_1^2 F(r)\vec{e}_r d\vec{l},$$

$d\vec{l}$ - елементарне переміщення,

$\vec{r}_2 d\vec{l} = dr$ - приріст модуля \vec{r} на переміщенні $d\vec{l}$.

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq'}{r_1} - \frac{qq'}{r_2} \right), \quad (1)$$

Робота не залежить від шляху, тому електричне поле нерухомих зарядів є потенціальним, для яких

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2}, \quad (2)$$

Порівнюючи (1) і (2) отримуємо

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r}, \quad (3)$$

Формула (3) визначає потенціальну енергію взаємодії двох точкових зарядів.

Величина

$$\varphi = \frac{W_p}{q'}, \quad (1 \text{ Дж/Кл} = 1 \text{ В})$$

називається потенціалом електричного поля в точці, де знаходиться точковий заряд q' .

Для точкового заряду потенціал визначається формулою

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}.$$

Робота сил електричного поля по переміщенню заряду визначається формулою

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

і не залежить від форми траєкторії.

Для системи зарядів принцип суперпозиції для потенціалу

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_N.$$

Тут на відміну від напруженості сума алгебраїчна. Тому визначення потенціалу системи зарядів значно простіше, ніж напруженості.

4. Енергія взаємодії системи зарядів

Для двох точкових зарядів енергія взаємодії

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}.$$

Розглянемо систему N зарядів. Розіб'ємо їх на пари зарядів.

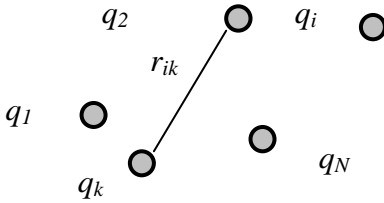


Рис. 6

Тоді енергія системи

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N W_{pik}, (i \neq k), \quad (1)$$

де $W_{pik} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_k}{r_{ik}}$ - енергія взаємодії пари зарядів.

В формулі (1) поділ на 2 тому, що у подвійній сумі кожна пара входить двічі.

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \left(\sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq i)}}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_k}{r_{ik}} \right) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i,$$

де φ_i - потенціал, який утворюється усіма зарядами крім q_i в точці, де знаходиться q_i заряд. Таким чином енергія системи зарядів

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i.$$

5. Зв'язок між напруженістю і потенціалом

Цей зв'язок випливає з зв'язку між потенціальною енергією і силою

$$\begin{aligned} \vec{F} &= -\vec{\nabla} W_p, \\ \vec{F} &= q\vec{E}, W_p = q\varphi, q\vec{E} = -\vec{\nabla}(q\varphi), \\ \vec{E} &= -\vec{\nabla}\varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

У проєкціях

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

Можливо розв'язати і обернену задачу – по відомій напруженості знайти різницю потенціалів.

$$\begin{aligned} A_{12} &= \int_1^2 q\vec{E}d\vec{l}, A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2), \\ \varphi_1 - \varphi_2 &= \int_1^2 \vec{E}d\vec{l}. \end{aligned} \quad (2)$$

Інтеграл у формулі (2) береться по будь-якому контуру, що з'єднує точки 1 і 2.

Для однорідного електричного поля ($\vec{E} = const$)

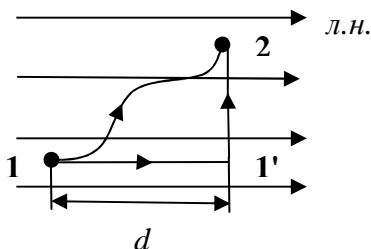


Рис. 7

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^{r'} \vec{E} d\vec{l} + \int_{r'}^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^{r'} E dl = Ed ,$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed , \quad (3)$$

Формула (3) встановлює зв'язок між різницею потенціалів і напруженістю в однорідному електричному полі, d - відстань між точками 1 і 2 вздовж лінії напруженості.

6. Еквіпотенціальні поверхні.

Це поверхні рівного потенціалу, тобто поверхні для яких $\varphi(x, y, z) = const$.

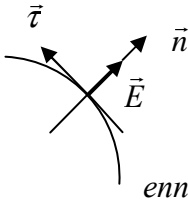


Рис. 8

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = 0, \text{ т. я. } \varphi = const .$$

Отже $E_\tau = 0, E = E_n$, тобто вектор \vec{E} направлений по нормалі до еквіпотенціальної поверхні.

Еквіпотенціальних поверхонь можливо провести безліч. Якщо їх проводити так, що

$$\varphi_{i+1} - \varphi_i = const ,$$

тобто різниця потенціалів між двома сусідніми залишатися незмінною, то тоді їх густина пропорційна напруженості, і з їх допомогою можливо зображувати електричне поле.

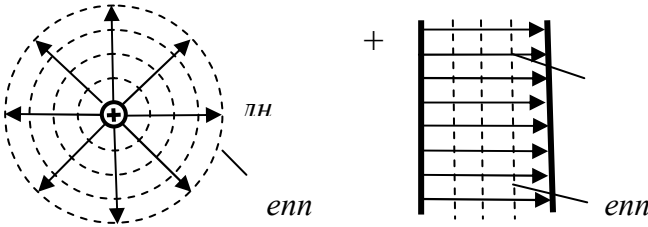


Рис. 9

7. Потік вектора напруженості.

Визначимо кількість ліній напруженості, що перетинають поверхню S .

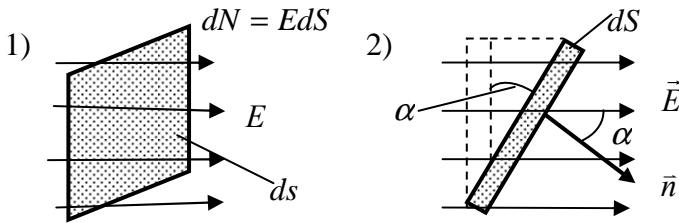


Рис. 10

$$dN = EdS_{\perp} = EdS \cos \alpha = (E \cos \alpha) dS,$$

$$E_n = E \cos \alpha,$$

$$dN = E_n dS.$$

Для будь-якої поверхні S

$$N = \int_s E_n dS.$$

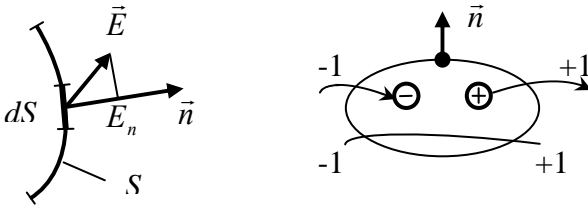


Рис. 11

Величина $\Phi = \int_S E_n dS$ називається потоком вектора \vec{E} крізь

поверхню S . Потік вектор \vec{E} визначає кількість ліній напруженості, які перетинають поверхню S .

Для замкнутих поверхонь у якості позитивної нормалі береться зовнішня нормаль. Тоді лінії, що виходять з поверхні, дають внесок в потік +1, що входять -1, а що перетинають – ніякого внеску.

8. Теорема Гауса

Підрахуємо потік вектора напруженості для поля точкового заряду q крізь замкнуту поверхню S , яка містить у собі заряд. Спочатку візьмемо сферичну поверхню S з радіусом r .

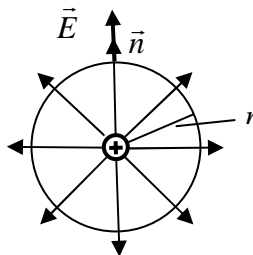


Рис. 12

В кожній точці поверхні

$$E = E_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$\oint_S E_n dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int_S dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Цей результат залишається справедливим і для замкнутої поверхні будь-якої форми.

Для системи зарядів в силу принципу суперпозиції

$$\oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S \left(\sum \vec{E}_i \right) d\vec{S} = \sum \oint_S \vec{E}_i d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0},$$

остаточно

$$\oint_S E_n dS = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}.$$

Потік вектора напруженості крізь замкнуту поверхню дорівнює сумі зарядів, що потрапляють у середину цієї поверхні, поділеної на електричну сталу ϵ_0 .

9. Приклади застосування теореми Гауса.

1. Поле необмеженої зарядженої площини.

$$\sigma = \frac{q}{S}$$

- поверхнева густина заряду (Кл/м²)

Із закону симетрії вектор \vec{E} направлений перпендикулярно зарядженій площині.

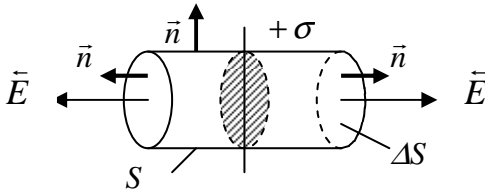


Рис. 13

У якості поверхні інтегрування S візьмемо поверхню циліндра з основами ΔS . Для основ циліндра $E_n = E$. Для бокової поверхні $E_n = 0$. Теорема Гауса

$$\oint_S E_n dS = \frac{\sum q}{\epsilon_0} \text{ перепишеться}$$

$$2E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\epsilon_0},$$

відкіля

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Поле необмеженої зарядженої площини не залежить від координат, тобто у всіх точках простору $\vec{E} = const$, отже воно є однорідним і зображується паралельними прямими, рівно відстаючими одна від одної.

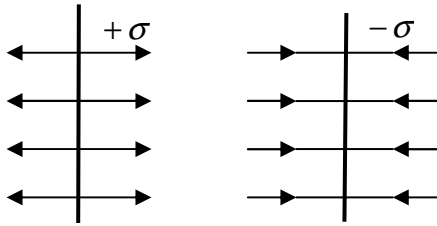


Рис. 14

3. Поле двух різнойменно заряджених площин.

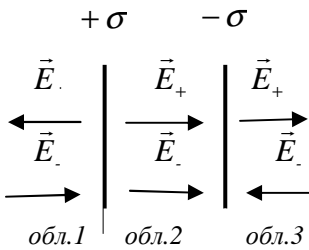


Рис. 15

$$E_+ = E_- = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0},$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-,$$

обл. 1 $E = 0$,

обл. 3 $E = 0$,

обл. 2 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$.

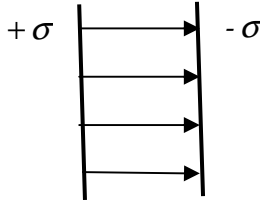


Рис. 16

Поле повністю зосереджене між пластинами.

3. Поле необмеженого зарядженого циліндру.

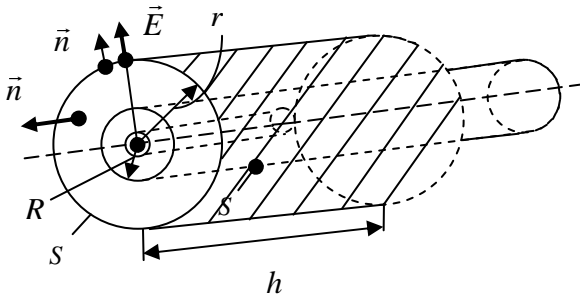


Рис. 17

Задамо на циліндричній поверхні $\lambda = \frac{q}{l}$ - лінійну густину

заряду (Кл/м). У якості поверхні інтегрування S візьмемо співосну циліндричну поверхню з радіусом r . Для бокової поверхні $E_n = E(r)$. Для основань $E_n = 0$.

$$\oint_S E_n dS = E(r) \oint_S dS = E(r) 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\epsilon_0},$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad r \geq R \text{ - зовні,}$$

$E(r) = 0$, коли $r < R$ - у середині.

У середині зарядженої циліндричної поверхні електричне поле відсутнє, а зовні спадає $\sim 1/r$.

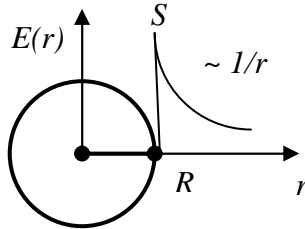


Рис. 18

4. Поле двох співосних різнойменно заряджених циліндричних поверхонь.

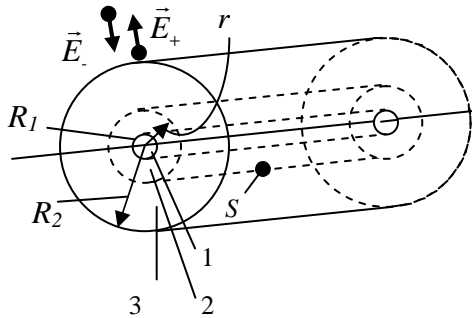


Рис. 19

Поверхня інтегрування S - пунктирна лінія.

У обл. 1 в середину поверхні S заряди не потрапляють

$$E = 0 \text{ при } r < R_1.$$

У обл. 2 в середину поверхні S потрапляє заряд λh , тому буде як і для одного внутрішнього циліндра

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}, \text{ при } R_1 \leq r \leq R_2.$$

У обл. 3 $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$, $|E_-| = E_+$,

$$\vec{E} = \vec{E}_+ - \vec{E}_- = 0, \text{ при } r > R_2.$$

Електричне поле повністю зосереджене між коаксіальними циліндрами.

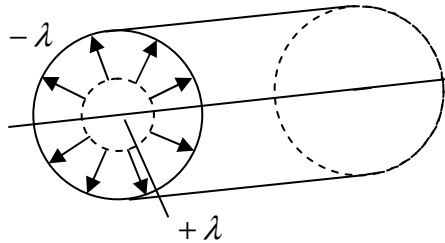


Рис. 20

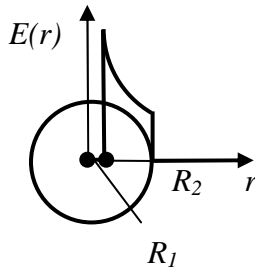


Рис. 21

5. Поле зарядженої сферичної поверхні.

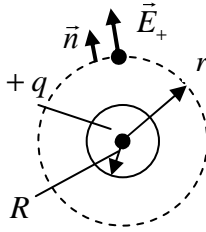


Рис. 22

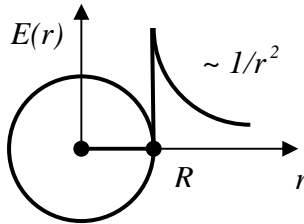


Рис.23

У якості поверхні інтегрування в теоремі Гауса візьмемо концентричну сферу радіусом r . У будь-якій точці цієї поверхні $E_n = E(r)$

$$\oint_S E_n dS = E(r) \oint_S dS = E(r) 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0},$$

відкіля $E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon^2}$, при $r \geq R$ (зовні).

Якщо $r < R$ (точка спостереження в середині сфери), то в середину поверхні S заряди не потрапляють і

$$E = 0, \text{ при } r < R.$$

Отже електричне поле зарядженої сферичної поверхні в середині сфери відсутнє, а зовні зменшується при віддаленні

$$\sim \frac{1}{r^2} .$$

6. Поле двох концентричних різнойменно заряджених сферичних поверхонь.

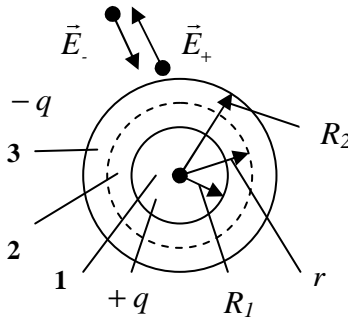


Рис. 24

У області 1 в середину поверхні інтегрування S заряди не потрапляють, тому обл. 1

$$E = 0, \text{ при } r < R_1.$$

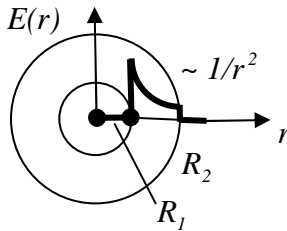


Рис. 25

У області 2 в середину поверхні інтегрування потрапляє заряд на внутрішній сфері. Тому поле також, як і для однієї внутрішньої сфери

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon^2}, \text{ при } R_1 \leq r \leq R_2.$$

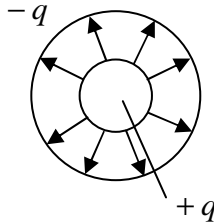


Рис. 26

У області 3

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-, \quad E_+ = |E_-|,$$

$$E = E_+ - E_-,$$

$$E = 0, \text{ при } r > R_2.$$

Електричне поле повністю зосереджено між різнойменно зарядженими сферами.

ТЕМА 2. Електричні поля в діелектриках

Діелектриками називаються речовини, які не здатні проводити електричний струм, так як у них відсутні вільні електричні заряди.

1. Полярні і неполярні діелектрики

Можливо ввести радіуси-вектори центрів тяжіння позитивних і негативних зарядів молекули, аналогічно тому, як ми вводили центр мас.

$$\vec{r}^+ = \frac{\sum q_i^+ \vec{r}_i^+}{q}; \quad \vec{r}^- = \frac{\sum q_i^- \vec{r}_i^-}{-q},$$

де \vec{r}_i^{\pm} - радіуси-вектори усередненого за часом положення i -го заряду молекули.

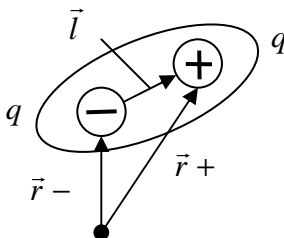


Рис. 27

Можливо вважати, що весь позитивний заряд молекули розташовано в центрі тяжіння позитивних зарядів, а весь негативний заряд – в центрі тяжіння негативних зарядів. В результаті отримуємо дипольну модель молекули.

Якщо у відсутності зовнішнього електричного поля

1) $\vec{r}^+ = \vec{r}^-$ - (центри тяжіння співпадають)

- то це неполярна молекула (симетричні молекули H_2, O_2, N_2),

2) $\vec{r}^+ \neq \vec{r}^-$ - (центри тяжіння не співпадають)

- то це полярні молекули (HCl, CO та інші).

Для полярної молекули вводиться електричний момент

$$\vec{p}_e = q\vec{l}.$$

а) Неполярна молекула в електричному полі.

Під дією поля центри ваги позитивних і негативних зарядів розходяться і неполярна молекула перетворюється на полярну і набуває електричний момент

$$\vec{p}_e = \beta \epsilon_0 \vec{E},$$

β - поляризованість молекули.

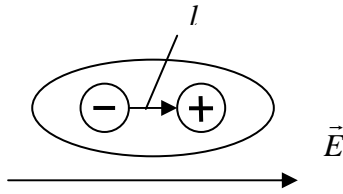


Рис. 28

б) Полярна молекула в електричному полі.

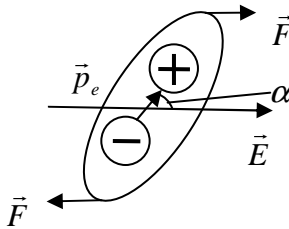


Рис. 29

На молекулу діє момент пари сил

$$F = qE, \quad M = Fl \sin \alpha,$$

- момент пари сил,

$$M = qEl \sin \alpha = p_e E \sin \alpha.$$

У векторному вигляді $\vec{M} = \vec{p}_e \times \vec{E}$.

Момент \vec{M} обертає молекулу так, що її електричний момент \vec{p}_e встановлюється вздовж \vec{E} .

2. Поляризація діелектриків

При внесенні діелектрика в електричне поле і поле і діелектрик набувають суттєвих змін.

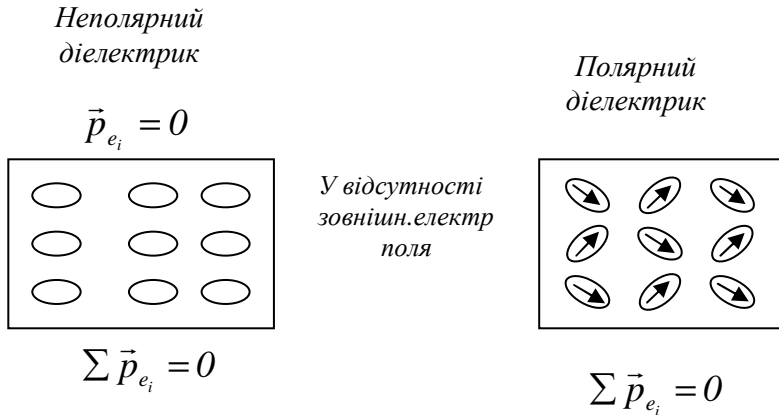


Рис. 30

У відсутності зовнішнього електричного поля сумарний електричний момент діелектрика дорівнює

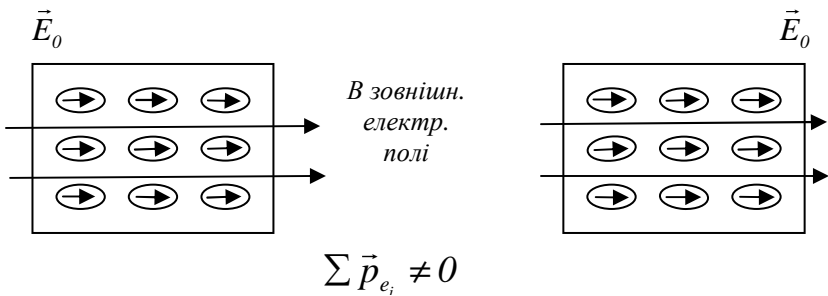


Рис. 31

Під дією зовнішнього електричного поля діелектрик поляризується – його результуючий електричний момент стає відмінним від нуля. Це явище і називається поляризацією діелектрика.

Ступінь поляризації діелектрика характеризується поляризованістю \vec{P} - електричним моментом одиниці об'єму діелектрика

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_{ei}}{\Delta V}.$$

Для всіх діелектриків, крім сегнетоелектриків,

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E},$$

де χ - діелектрична сприйнятливість.

Для полярних діелектриків орієнтуючій дії зовнішнього електричного поля протидіє тепловий рух. В результаті встановлюється переважна орієнтація електричних моментів у напрямку поля.

3. Зв'язані заряди

При увімкненні електричного поля все негативні заряди молекул змістяться відносно позитивних на однакову величину l . У результаті у поверхневому шарі залишаться тільки заряди одного знаку. Вони носять назву зв'язаних зарядів і позначаються q' .

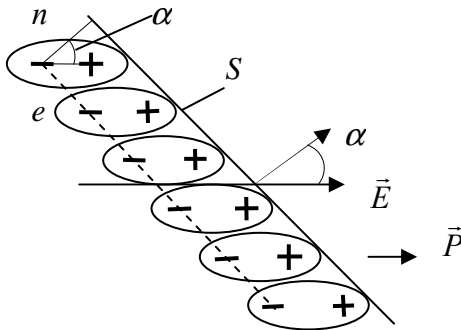


Рис. 32

p_e - електричний момент молекули,

e - заряд молекули,

n - кількість молекул в одиниці об'єму.

$V = Sh = Sl \cos \alpha$ - об'єм шару, де знаходяться зв'язані заряди.

Зв'язані заряди

$$q' = enV = enSl \cos \alpha = (el)nS \cos \alpha,$$

$$p_e = el, \quad q' = (p_e n)S \cos \alpha = PS \cos \alpha, \quad P = p_e n$$

$$\sigma' = \frac{q'}{S} = P \cos \alpha = P_n$$

- проекція \vec{P} на нормаль до поверхні.

Остання формула дає не тільки величину, але і знак поверхневого зв'язаного заряду.

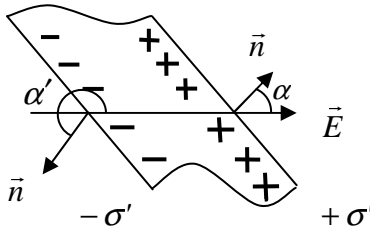


Рис. 33

Якщо α - гострий, $P_n > 0$ і $\sigma' > 0$. Якщо α - тупий, $P_n < 0$ і

$\sigma' < 0$. Так як $\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$, то

$$\sigma' = \chi \epsilon_0 E_n,$$

де E_n - нормальна складова вектора напруженості поля у середині діелектрика близько до поверхні.

Потік вектора \vec{P}

$$\oint_S P_n dS = -\oint_S \sigma' dS = -\sum q'$$

- дорівнює сумі зв'язаних зарядів на поверхні діелектрика, взятої з оберненим знаком..

Знак мінус, т. я. у середину поверхні S потрапляють заряди протилежного знаку ніж ті, що виступають на поверхні.

4. Опис поля у діелектриках

Поле \vec{E} у діелектрику в силу суперпозиції

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' ,$$

де \vec{E}_0 - зовнішнє поле, \vec{E}' - поле зв'язаних зарядів. Поляризація діелектрика обумовлена дією сумарного поля (1).

Теорема Гауса у діелектрику

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum q + \sum q' \right), \quad (2)$$

де $\sum q$ - відомі вільні заряди, що утворюють поле \vec{E}_0 ,

$\sum q'$ - невідомі зв'язані заряди, що утворюють поле \vec{E}' .

Формула (2) визначає невідому величину E через зв'язані заряди q' , які в свою чергу визначаються через \vec{E} . Виникає замкнуте коло, яке говорить про те, що для опису електричного поля в діелектриках однією напруженістю не обійтися, потрібно ввести ще додаткові величини.

Для цього врахуємо, що

$$\sum q' = -\oint_S P_n dS . \quad (3)$$

Підставляючи (3) в (2), отримуємо

$$\oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P})_n dS = \sum q . \quad (4)$$

Величина, що стоїть у дужках, визначається тільки через відомі вільні заряди. Її потрібно взяти у якості додаткової величини

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (5)$$

і вона називається вектором електричного зміщення. Потік вектора \vec{D}

$$\oint_S D_n dS = \sum q, \quad (6)$$

дорівнює відомій сумі вільних зарядів.

У вакуумі $\vec{P} = 0$ і $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$.

У діелектрику $\vec{p} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$,

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}.$$

Введемо відносну діелектричну проникність

$$\epsilon = 1 + \chi, \quad (7)$$

Тоді вектор електричного зміщення

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}. \quad (8)$$

Приклад: поле в середині плоскої діелектричної пластини.

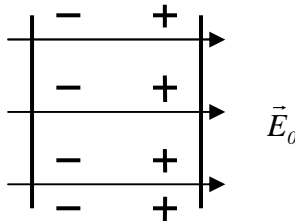


Рис. 34

Поле в середині

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}',$$

т. е. $E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$, $\sigma' = \chi\varepsilon_0 E$.

В результаті

$$E = E_0 - \chi E < E_0,$$

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\varepsilon},$$

де $1 + \chi = \varepsilon$ - відносна діелектрична проникність.

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E} > 1.$$

Відносна діелектрична проникність показує у кілька разів напруженість поля в середині діелектрика менше, ніж поза діелектриком у вакуумі.

5. Умови для електричного поля на межі розподілу двох діелектриків.

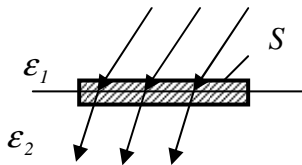


Рис. 35

Кількість ліній електричного зміщення перетинаючих площинку dS

$$N = D_n dS.$$

З теореми Гауса $\oint_S D_n dS = \sum q$. Так як вільних зарядів на межі розподілу немає, то

$$\oint_S D_n dS = 0,$$

тобто лінії електричного зміщення безперервні і $N_1 = N_2$,

$$D_{1n} dS = D_{2n} dS \text{ і}$$

$$D_{1n} = D_{2n}. \quad (1)$$

Таким чином при переході через межу розподілу нормальна складова вектора \vec{D} залишається безперервною

Т. я. $D = \epsilon \epsilon_0 E$, то $\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$,

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}. \quad (2)$$

Тепер візьмемо на межі двох діелектриків прямокутний контур і підрахуємо циркуляцію вектора \vec{E} .

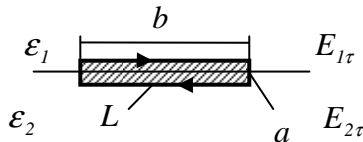


Рис. 36

$$\oint_L E_l dl = 0,$$

т. к. електричне поле потенціальне.

Сторона a контура настільки маленька, що її можна не враховувати. В результаті

$$E_{1\tau} b - E_{2\tau} b = 0, \quad E_{1\tau} = E_{2\tau}. \quad (3)$$

Тобто при переході через межу розподілу двох діелектриків тангенціальне складова \vec{E} залишається безперервною.

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon \epsilon_0}, \quad \frac{D_{1\tau}}{\epsilon_1} = \frac{D_{2\tau}}{\epsilon_2},$$

а для тангенціальних складових вектора

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}. \quad (4)$$

ТЕМА 3. Провідники у зовнішньому електричному полі
1. Рівновага зарядів на провіднику. Розподіл зарядів по провіднику

Рівновага зарядів на провіднику спостерігається при виконанні двох умов

- 1) $E = 0$ - в середині;
- 2) $E = E_n$ - на поверхні, вектор \vec{E} направлений по нормалі.

Таким чином поверхня провідника є еквіпотенціальною. Якщо провіднику надати заряд, то він розподілиться так, щоб виконувалися ці дві умови.

Проведемо в середині провідника будь-яки замкнуту поверхню S_1 .

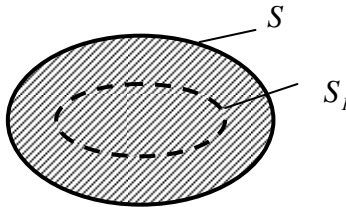


Рис. 37

Із теореми Гауса

$$\oint_{S1} E_n dS = \frac{\sum q}{\epsilon_0},$$

т. к. в середині провідника $E = 0$, то і $q = 0$, тобто в середині S_I заряди відсутні. Деформуючи поверхню S_I до зовнішньої поверхні S отримуємо, що при рівновазі зарядів у середині провідника їх не буде, всі вони розташуються на зовнішній поверхні провідника.

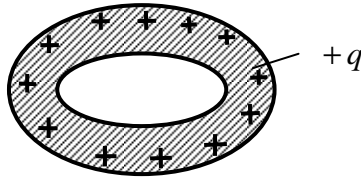


Рис. 38

Напруженість електричного поля поблизу поверхні провідника $E \sim \sigma$ – поверхневій густині заряду. Вимірюючи E поблизу поверхні можливо визначити розподіл зарядів по поверхні провідника.

Виявляється, що густина заряду σ визначається кривиною поверхні $\rho = \frac{1}{R}$. Вона зростає з збільшенням позитивної кривини (опуклості) і зменшується з збільшенням негативної кривини (вгнутості).

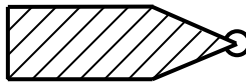


Рис. 39

Заряди не утримуються на гострих кромках і "стікають" з них внаслідок іонізації повітря.

2. Провідник у зовнішньому електричному полі

При внесенні незарядженого провідника у електричне поле вільні носії заряду у провіднику починають рухатися. На кінцях провідника виникають заряди протилежних знаків (індукційні заряди).

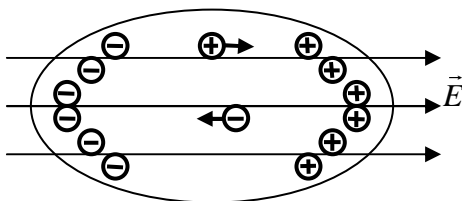


Рис. 40

Перерозподіл зарядів припиняється, коли будуть виконані обидві умови рівноваги ($E = 0$ - в середині; $E/S = E_n$ - на поверхні).

Індукційні заряди розподіляються по зовнішній поверхні провідника, їх поле направлено назустріч зовнішньому і повністю компенсує його в середині провідника. На цьому засновано електростатичний захист. Щоб захистити певний об'єм від електричних полів потрібно оточити його тонким металевим екраном.

3. Електроємність провідників

Потенціал усамітненого провідника пропорційний заряду, який на ньому знаходиться

$$q = C\varphi,$$

відкіля

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

При одному і тому ж потенціалі φ , чим більше електроємність провідника, тим більший заряд на провіднику. Тому електроємність характеризує здатність провідника накопичувати електричний заряд і називається електроємністю.

Електроємність провідника залежить від форми, розмірів провідника і електричних властивостей середовища.

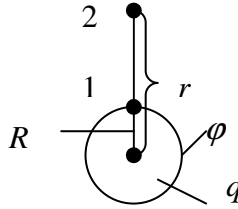


Рис. 41

Визначимо електроємність кулі

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2}, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl,$$

$$\varphi_1 = \varphi, \quad \varphi_2 = \varphi_\infty = 0, \quad dl = dr, \quad E_{l1} = E_{2r} = E,$$

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R};$$

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R.$$

4. Конденсатори

Усамітнені провідники мають малу електроємність. Так металева куля розмірів Землі $C = 700$ мкф.

Конденсатори – це пристрої, які при невеличкому потенціалі накопичують (конденсують) значний за величиною заряд.

Будова конденсатора заснована на тому явищі, що електроємність провідника зростає при наближенні до нього інших тіл (інших провідників).

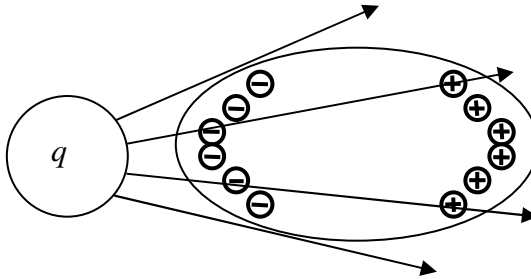


Рис. 42

При наближенні до зарядженого тіла іншого тіла найближчим індукційним зарядом буде заряд протилежного знаку. Під дією цього індукційного заряду протилежного знаку потенціал зарядженого провідника зменшується, а

електроємність $C = \frac{q}{\phi}$ зростає.

Конденсатор складається як найменше з двох провідників, які називаються обкладками. Обкладкам надається така форма, щоб електричне поле було повністю зосереджене між ними. Тоді зовнішні тіла не впливають на поле конденсатора, а отже і на його електроємність. Цій умові відповідають три форми обкладок: плоско паралельна, циліндрична і сферична.

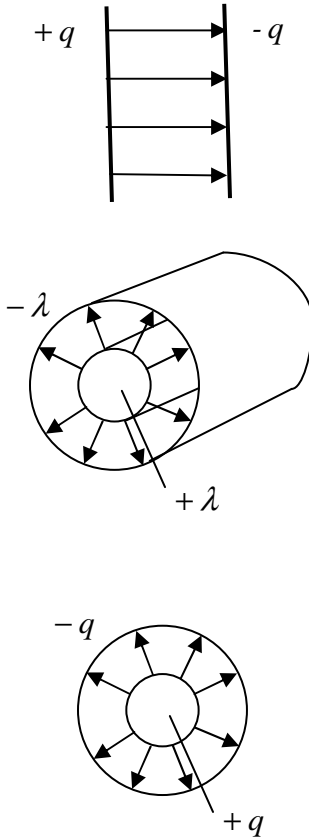


Рис. 43

Відповідно і три типи конденсаторів.

$$C = \frac{|q|}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$

Для плоско паралельного конденсатора

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0 S}; \quad \varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{qd}{\epsilon\epsilon_0 S} = \frac{q}{C}.$$

Відкіля

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$$

5. Енергія електричного поля

1. Енергія зарядженого провідника

Розіб'ємо заряд на провіднику на елементарні Δq_i . Енергія цієї системи зарядів

$$W = \frac{1}{2} \sum \Delta q_i \varphi_i,$$

т. е. поверхня провідника екіпотенціальна ($\varphi_i = \text{const} = \varphi$)

$$W = \frac{1}{2} \varphi \sum \Delta q_i = \frac{1}{2} q \varphi = \frac{q^2}{2C} = \frac{C \varphi^2}{2}.$$

2. Енергія зарядженого конденсатора

Процес виникнення зарядів на обкладинках конденсатора можливо уявити, як переніс порцій заряду dq з однієї обкладинки на іншу.

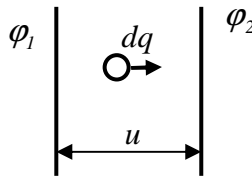


Рис. 44

Робота сил поля при цьому

$$dA = dq(\varphi_1 - \varphi_2) = U dq, \quad U = \frac{q}{C}.$$

Робота іде на збільшення енергії конденсатора dW

$$dW = dA = Udq = \frac{q}{C} dq.$$

Вся енергія

$$W = \int dW = \frac{1}{C} \int_0^q q dq = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}.$$

3. Енергія електричного поля.

Енергію конденсатора можливо виразити через величини, які характеризують не конденсатор, а електричне поле між обкладками

$$W = \frac{CU^2}{2}, \quad C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}, \quad U = Ed,$$

$$W = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{2d} (Ed)^2 = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} V,$$

де $V = Sd$ - об'єм конденсатора.

Введемо густину енергії

$$\omega = \frac{W}{V}$$

- енергію електричного поля в одиниці об'єму (Дж/м³)_{сі}.

Тоді

$$\omega = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2}.$$

Густина енергії електричного поля пропорційна квадрату напруженості.

Навчальне видання

Петченко Олександр Матвійович,
Сисоєв Анатолій Сергійович,
Назаренко Євгеній Іванович,
Орел Євгеній Станіславович

Конспект лекцій з курсу
"Загальна фізика"

Частина 1

(для студентів 1 курсу денної і заочної форм навчання за
напрямами підготовки бакалаврів 6.050701 “Електротехніка та
електротехнології”, 6.050702 “Електромеханіка”)

Відповідальний за випуск *к. ф.-м. н., доц. Є.І. Назаренко*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *Є.І. Назаренко*

План 2013, поз. 60 Л

Підп. до друку 28.05.2013

Друк на ризографі.

Зам. № ____

Формат 60 x 84 ¹/₁₆.

Ум. друк. арк. 3,8

Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Революції, 12, Харків, 61002

Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 4705 від 28. 03. 2014 р.